

федеральное казенное профессиональное образовательное учреждение
«Кунгурский техникум-интернат»
Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации

УТВЕРЖДАЮ
заместитель директора
по учебной работе
_____. Н.Л. Мелкова
_____.2024 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

по выполнению практических работ

ОУД.07 Математика

09.01.03 Оператор информационных систем и ресурсов

Организация-разработчик: ФКПОУ «Кунгурский техникум-интернат» Минтруда России.

Разработчик: Алексеев Евгений Анатольевич, преподаватель.

Перечень практических работ

№	Содержание практических работ	Кол-во часов
1.	Практическое занятие №1 Рациональные и иррациональные числа. Действия над ними.	2
2.	Практическое занятие № 2 Алгебраическая и геометрическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами.	2
3.	Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля) Практическое занятие № 3 Приближенные значения чисел. Абсолютная и относительная погрешности.	2
4.	Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля) Практическое занятие № 4 Равносильность уравнений, неравенств. Основные приемы их решения (разложение на множители, введение новых переменных, подстановка, графический метод).	2
5.	Практическое занятие № 5 Решение линейных неравенств различными способами.	2
6.	Практическое занятие № 6 Решение систем линейных уравнений и неравенств различными способами.	2
7.	Практическое занятие № 7 Квадратные уравнения, способы их решения.	2
8.	Практическое занятие № 8 Квадратные неравенства, способы их решения.	2
9.	Практическое занятие №9 Иррациональные уравнения и иррациональные неравенства, способы их решения.	2
10.	Зачетная работа №1	2
11.	Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля) Практическое занятие № 10 Функции. Область определения и область значений функции. График функции, построение графиков, заданных различными способами. Свойства функции: монотонность, четность/нечетность, ограниченность, периодичность. Промежутки возрастания/убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума.	2
12.	Практическое занятие № 11 Степенная функция, ее свойства и график.	2
13.	Практическое занятие № 12 Показательная функция, ее свойства и график. Логарифмическая функция, ее свойства и график.	2
14.	Практическое занятие № 13 Решение показательных уравнений, систем показательных уравнений.	2
15.	Практическое занятие № 14 Решение показательных неравенств.	2
16.	Практическое занятие № 15 Решение логарифмических уравнений, систем логарифмических уравнений.	2
17.	Практическое занятие № 16 Решение логарифмических неравенств.	2
18.	Зачетная работа №2	2
19.	Практическое занятие № 17	2

	Решение примеров и задач с использованием тригонометрических функций.	
20.	Практическое занятие № 18 Решение примеров и задач на применение свойств четности/нечетности тригонометрических функций, их знаков и числовых значений.	2
21.	Зачетная работа №3	2
22.	Практическое занятие № 19 Решение примеров и задач с использованием основных тригонометрических тождеств.	2
23.	Практическое занятие № 20 Выражение тригонометрических функций через другие тригонометрические функции.	2
24.	Практическое занятие № 21 Решение примеров и задач с использованием формул приведения.	2
25.	Зачетная работа №4	2
26.	Практическое занятие № 22 Решение примеров и задач с использованием формул сложения.	2
27.	Практическое занятие №23 Решение примеров и задач с использованием формул двойного угла.	2
28.	Зачетная работа №5	2
29.	Практическое занятие №24 Решение примеров и задач с использованием формул половинного угла.	2
30.	Практическое занятие №25 Решение примеров и задач с помощью преобразования произведения тригонометрических функций в сумму.	2
31.	Практическое занятие №26 Решение примеров и задач с помощью преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и наоборот.	2
32.	Зачетная работа №6	2
33.	Практическое занятие № 27 Тригонометрические функции, их свойства и графики.	2
34.	Практическое занятие № 28 Решение примеров и задач с использованием функций арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс.	2
35.	Практическое занятие № 29 Решение простейших тригонометрических уравнений.	2
36.	Практическое занятие № 30 Решение тригонометрических уравнений.	2
37.	Практическое занятие № 31 Решение простейших тригонометрических неравенств.	2
38.	Зачетная работа №7	2
39.	Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля) Практическое занятие № 32 Решение заданий на способы задания и свойства числовых последовательностей, нахождение пределов числовой последовательности.	2
40.	Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля) Практическое занятие № 33 Решение заданий на вычисление предела функции.	2
41.	Зачетная работа №8	2

42.	Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля) Практическое занятие №34 Нахождение производных функций с использованием правил дифференцирования.	2
43.	Практическое занятие №35 Нахождение производных функций с использованием правил дифференцирования.	2
44.	Практическое занятие №36 Использование производной при решении задач геометрического смысла производной.	2
45.	Практическое занятие №37 Использование производной при решении задач физического смысла производной.	2
46.	Практическое занятие №38 Применение производной к тригонометрическим и обратным тригонометрическим функциям.	2
47.	Практическое занятие №39 Применение производной к логарифмическим и показательным функциям.	2
48.	Практическое занятие №40 Нахождение производной второго порядка.	2
49.	Практическое занятие № 41 Применение производной к исследованию функции и построению графика.	2
50.	Практическое занятие № 42 Применение производной к исследованию функции и построению графика.	2
51.	Практическое занятие № 43 Применение производной к исследованию функции и построению графика.	2
52.	Зачетная работа №9	2
53.	Практическое занятие №44 Нахождение неопределенного интеграла.	2
54.	Практическое занятие №45 Нахождение неопределенного интеграла.	2
55.	Практическое занятие № 46 Примеры применения интеграла в физике и геометрии.	2
56.	Практическое занятие № 47 Нахождение определенного интеграла. Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции.	2
57.	Практическое занятие № 48 Решение простейших дифференциальных уравнений.	2
58.	Зачетная работа №10	2
59.	Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля) Практическое занятие № 49 Решение задач на подсчет размещений, перестановок, сочетаний, перебора.	2
60.	Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля) Практическое занятие № 50 Решение задач на использование закона распределения случайной величины, ее числовых характеристик.	2
61.	Профессионально-ориентированное содержание (содержание прикладного модуля) Практическое занятие № 51	2

	Решение задач на представление данных, нахождение генеральной совокупности, выборки, среднего арифметического, медианы.	
62.	Практическое занятие № 52 Решение задач на основные понятия стереометрии, на взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.	2
63.	Практическое занятие № 53 Решение задач на взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.	2
64.	Зачетная работа №11	2
65.	Практическое занятие № 54 Решение задач с призмой, с параллелепипедом, с кубом.	2
66.	Практическое занятие № 55 Решение задач с пирамидой, с усеченной пирамидой.	2
67.	Зачетная работа №12	2
68.	Практическое занятие № 56 Решение задач с цилиндром, на нахождение площадей цилиндра.	2
69.	Практическое занятие № 57 Решение задач с конусом, на нахождение площадей конуса.	2
70.	Практическое занятие № 58 Решение задач на нахождение площади сферы, ее сегментов.	2
71.	Зачетная работа № 13	2
72.	Практическое занятие № 59 Решение задач на нахождение объема куба, параллелепипеда, призмы, пирамиды.	2
73.	Практическое занятие № 60 Решение задач на нахождение объема цилиндра, конуса, шара.	2
74.	Зачетная работа № 14	2
75.	Практическое занятие № 61 Решение задач с векторами: сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число, длина вектора, расстояние между точками, вычисление углов, деление отрезка, скалярное произведение векторов, преобразование прямоугольных координат, полярные координаты. Общее уравнение прямой, векторное и каноническое уравнения. Пересечение двух прямых, угол между ними.	2
76.	Практическое занятие № 62 Решение задач с гиперболой, параболой.	2
77.	Зачетная работа № 15	2

Пояснительная записка

Практические занятия служат связующим звеном между теорией и практикой. Они необходимы для закрепления теоретических знаний, полученных на уроках теоретического обучения, а так же для получения практических знаний, формирования умений и навыков. Практические задания выполняются студентом самостоятельно, с применением знаний и умений, полученных на занятиях, а так же с использованием необходимых пояснений, полученных от преподавателя при выполнении практического задания. К практическому занятию от студента требуется предварительная подготовка, которую он должен провести перед занятием.

Практические задания разработаны в соответствии с учебной программой. В зависимости от содержания они могут выполняться студентами индивидуально или фронтально.

Зачет по каждой практической работе студент получает после её выполнения и предоставления в печатном или электронном виде, оформления отчета в котором указывает полученные знания и умения в ходе выполнения практической работы, а также ответов на вопросы преподавателя, если таковые возникнут при проверке выполненного задания.

В результате проведения практических занятий по ОУД.07 Математика студент должен знать основные математические методы решения прикладных задач; роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности.

Учебная литература:

1. Богомолов Н.В., Самойленко П.И.. Математика – М.: Дрофа, 2020;
2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высшая школа, 2020;
3. Яковлев Г.Н., Математика для техникумов. – М.: Наука, 2018;

Практическое занятие №1

Тема: Приближенные значения чисел. Абсолютная и относительная погрешности.

Цель работы: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

1. Верно ли, что: $-6 \in \mathbb{N}$, $-6 \in \mathbb{Z}$, $-6 \in \mathbb{Q}$, $-6 \in \mathbb{R}$.
2. Среди чисел укажите иррациональные: 0; 0,24; -2,(35); 0,212112111211111...; 5,3(42); $217\frac{1}{9}$; π .
3. Сравните числа: 2,014 и 2,104; -3,27 и -3,47; $-1\frac{7}{40}$ и -1,176; 2,(57) и 2,57; -5,4(8) и -5,48;
 $3\frac{1}{7}$ и 3,142.
4. Найдите расстояние между точками А и В координатной прямой, если:
 $A(-5\frac{1}{3})$ и $B(3\frac{2}{3})$.
5. Расположите в порядке возрастания числа: 5,62; 3,(6); -4,75...; -4,64...
6. Найдите приближенное значение выражения $a + b$, где $a=2,0549...$ и $b=-3,0620$, округлив а и b предварительно до сотых.

2 вариант

1. Верно ли, что: $-4,2 \in \mathbb{N}$, $-4,2 \in \mathbb{Z}$, $-4,2 \in \mathbb{Q}$, $-4,2 \in \mathbb{R}$.
2. Среди чисел укажите иррациональные: 0; 0,5; -2,(76); 0,43876669999...; 8,3(42); $296\frac{5}{8}$; π .
3. Сравните числа: 3,014 и 3,204; -4,27 и -4,57; $1\frac{3}{7}$ и 1,4286; 2,(48) и 2,48; -6,4(5) и -6,45;
 $3\frac{3}{8}$ и 3,375.
4. Найдите расстояние между точками А и В координатной прямой, если:
 $A(-4\frac{2}{5})$ и $B(3\frac{1}{5})$.
5. Расположите в порядке возрастания числа: 4,12; 4,(6); -3,75...; -3,64...
6. Найдите приближенное значение выражения $a + b$, где $a=2,0549...$ и $b=-3,0620$, округлив а и b предварительно до десятых.

Практическое занятие №2

Тема: Действия с комплексными числами.

Цель работы: Применение знаний при решении задач.

1. Построить комплексные числа $z_1 = -1 + 2i$ и $z_2 = 4i$, в комплексной плоскости, а также их сопряженные и противоположные.

2. Решить квадратное уравнение $2x^2 + 2x + 5 = 0$.

3. Перевести в показательную форму:

а) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2i}$; б) $3 \left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \right)$.

4. Выполнить действия: а) $\frac{e^{-\frac{\pi}{2}i}}{(-\sqrt{3} + i)^3}$; б) $\frac{(1+i)^4}{e^{-\frac{\pi}{2}i}}$.

5. Записать комплексное число $\sqrt{3} - i$ в тригонометрической форме.

6. Построить комплексные числа $z_1 = -6$ и $z_2 = 4 - 3i$, а также их сопряженные и противоположные.

7. Перевести в тригонометрическую форму:

а) $z_1 = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$; б) $z_2 = 3e^{\frac{\pi}{4}i}$

8. Выполнить действия: а) $z = \frac{(1+i)^2}{2e^{\frac{\pi}{4}i}}$; б) $z = (-2 - 2i)^4 e^{\frac{\pi}{4}i}$.

9. Доказать тождество $\frac{2+i}{3-i} = \frac{13+4i}{17-9i}$.

Практическое занятие №3

Тема: Приближенные значения чисел. Абсолютная и относительная погрешности.

Цель работы: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

- 1 задание. Установить число значащих цифр в числе: а) 649 ; б) 0,01405; в) $347|51 \approx$; г) $24321 \approx$
- 2 задание. Определить верные и сомнительные цифры чисел
а) $a = 85,263 \pm 0,0084$ б) $x = 729,3 \pm 1$
- 3 задание. Вычислить значение выражений с оценкой погрешностей, если все числа даны с верными цифрами.
а) $645,27 + 102,234 + 715,645 + 10,2$ б) $\frac{96,891 - 4,25}{33,3 + 0,426}$
- 4 задание. Округлить число до единиц и найти абсолютную и относительную погрешности приближения : 23,263

2 вариант

- 1 задание. Установить число значащих цифр в числе: а) 43,08; б) 0,0298 ; в) $353|617 \approx$; г) $25|213 \approx$
- 2 задание. Определить верные и сомнительные цифры чисел
а) $x = 14,28 \pm 0,05$ б) $a = 749,3 \pm 1$
- 3 задание. Вычислить значение выражений с оценкой погрешностей, если все числа даны с верными цифрами.
а) $12030 + 645,29 + 748,5 + 1625,375$ б) $\frac{(0,17 + 0,2445) \cdot 0,56}{1,424}$
- 4 задание. Округлить число до единиц и найти абсолютную и относительную погрешности приближения: 0,892

3 вариант

- 1 задание. Установить число значащих цифр в числе: а) 0,39 ; б) 5,0300 ; в) $347|51 \approx$; г) $24|321 \approx$
- 2 задание. Определить верные и сомнительные цифры чисел
а) $x = 729,5 \pm 1$ б) $a = 679,3 \pm 0,06$
- 3 задание. Вычислить значение выражений с оценкой погрешностей, если все числа даны с верными цифрами.
а) $26,35 + 1400 + 729,3 + 745,68$ б) $\frac{37,2 + 458,67}{36,5 + 246}$
- 4 задание. Округлить число до единиц и найти абсолютную и относительную погрешности приближения : 23,263

Практическое занятие №4

Тема: Равносильность уравнений, неравенств. Основные приемы их решения (разложение на множители, введение новых переменных, подстановка, графический метод).

Цель работы: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

2 вариант

Решить графически системы уравнений:

1) $\begin{cases} 2x - y + 6 = 0 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = -10 \\ x - y = 0 \end{cases}$ 1) $\begin{cases} 3x - y = 10 \\ 4x + y - 4 = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = -6 \\ y - x = 0 \end{cases}$

3) Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases} 2x - 10y = 16, \\ 2x + 4y = 30; \end{cases}$	3) $\begin{cases} 5x - 3y = 14, \\ 4x + 2y = 20; \end{cases}$	1) $\begin{cases} 2x + 4y = 8, \\ 3x - 4y = 2. \end{cases}$	3) $\begin{cases} 4x + 14y = 22, \\ 8x - 2y = 14; \end{cases}$
2) $\begin{cases} 2x - y = 1, \\ 14x - 12y = -8; \end{cases}$	4) $\begin{cases} 4x - 6y = 4, \\ 8x - 10y = 2. \end{cases}$	2) $\begin{cases} 9x + 3y = 12, \\ 5x - 2y = 14; \end{cases}$	4) $\begin{cases} 21x - 12y = 6, \\ 5x + 11y = 43. \end{cases}$

4) Решить задачу:

2 книги и 3 альбома стоят 1300 рублей. 3 книги и 2 альбома стоят 1200 рублей. Найдите цену 1 книги и 1 альбома.	2 ручки и 7 карандашей стоят 111 рублей. 5 ручек и 3 карандаша стоят 84 рубля. Найдите цену 1 ручки и 1 карандаша.
---	--

Практическое занятие №5

Тема: Решение линейных неравенств.

Цель работы: Применение знаний при решении задач.

Решите неравенства

1) $x-7 \geq 0$;

2) $-14+x > -4$;

3) $x+13 \geq 24$;

4) $4x+25 < 85$;

5) $-4x+6 \geq -38$;

6) $7x-30 \geq 12$;

7) $-26-3x < -23$;

8) $4x-28 > -68$;

9) $-7x+30 \geq 135$;

10) $25+10x > -1$;

11) $-5x+16 > -15$;

12) $-20-2x \geq -31$;

13) $-37-9x \geq 3x+11$;

14) $5x-22 < 134-7x$;

15) $-28-5x \leq 80+4x$;

16) $5+9(x-4) > -8x-167$;

17) $-2x+58 < -9(x-5)-22$;

18) $8x+100 < 2(x+8)+18$.

Практическое занятие №6

Тема: Решение систем линейных уравнений.

Цель работы: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

1. Решите систему уравнений графическим методом.

$$\begin{cases} 3x+y=7, \\ 4x-2y=6. \end{cases}$$

2. Решите данную систему уравнений методом подстановки.

$$\begin{cases} x-y=-3, \\ 3x-3y=9. \end{cases}$$

3. Решите эти системы уравнений методом алгебраического сложения.

а) $\begin{cases} 2x-y=7, \\ x=3+y. \end{cases}$

б) $\begin{cases} x=2y+1, \\ 2x+4y=18. \end{cases}$

4. Решите задачу, используя три этапа математического моделирования.

Петя собирает пятирублёвые и рублёвые монеты. Всего у него 200 монет. Сколько у него пятирублёвых и рублёвых монет, если сумма всех монет составляет 800 рублей?

2 вариант

1. Решите систему уравнений графическим методом.

$$\begin{cases} 3x+y=18, \\ 4x-2y=4. \end{cases}$$

2. Решите данную систему уравнений методом подстановки.

$$\begin{cases} x-y=-2, \\ x+y=6. \end{cases}$$

3. Решите эти системы уравнений методом алгебраического сложения.

а) $\begin{cases} x=3-y, \\ 2x-y=0. \end{cases}$

б) $\begin{cases} y+x=3, \\ y-0,5x=-3. \end{cases}$

4. Решите задачу, используя три этапа математического моделирования.

Задан прямоугольник. Одна сторона, которого больше другой на 2 см. Если меньшую сторону прямоугольника увеличить в 2 раза, а большую сторону увеличить на 3 см, то периметр нового прямоугольника будет равен 28 см. Чему равны стороны нового прямоугольника?

Практическое занятие №7

Тема: Квадратные уравнения, способы их решения.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

Решите уравнения:

1. $x^2 - x - 42 = 0$

2. $y^2 - 2y - 15 = 0$

3. $5y^2 - 3y - 14 = 0$

4. $\frac{1}{4}x^2 - x - 3 = 0$

5. $y^2 + 6y + 9 = 0$

6. $\frac{1}{3}y^2 - y + 3 = 0$

7. $(3x - 5)^2 + 2x = 5$

8. $x(x - 1) - 3(x + 2) = -10$

2 вариант

Решите уравнения:

1. $y^2 - y - 30 = 0$

2. $x^2 + 2x - 8 = 0$

3. $5y^2 - 5y - 2 = 0$

4. $\frac{1}{2}x^2 - 3x + 4 = 0$

5. $x^2 - 8x + 16 = 0$

6. $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 8 = 0$

7. $(2x - 1)^2 - 4x = 13$

8. $x(x + 2) - 3(x - 4) = 5x + 3$

Практическое занятие №8

Тема: Квадратные неравенства, способы их решения.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

1. Решить неравенство:

- а) $4x^2 - 4x - 15 < 0$; в) $x^2 < 1,7x$;
б) $x^2 - 81 > 0$; г) $x(x+3) - 6 < 3(x+1)$;

2. Решите неравенство методом интервалов:

- а) $(x+8)(x-3) > 0$;
б) $\frac{\tilde{o}-5}{\tilde{o}+7} > 0$;
в) $x^3 - 64x < 0$;

3. При каких значениях x имеет смысл выражение $\sqrt{\tilde{o}^2 - 2\tilde{o} - 35}$?

2 вариант

1. Решить неравенство:

- а) $2x^2 + 5x - 12 > 0$; в) $x^2 > 2,3x$;
б) $x^2 - 64 < 0$; г) $x(x-5) - 29 > 5(4-x)$;

2. Решите неравенство методом интервалов:

- а) $(x-4)(x+7) < 0$;
б) $\frac{\tilde{o}-8}{\tilde{o}+3} > 0$;
в) $x^3 - 49x > 0$;

3. При каких значениях x имеет смысл выражение $\sqrt{\tilde{o}^2 + 4\tilde{o} - 45}$?

Практическое занятие №9

Тема: Иррациональные уравнения и неравенства.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. $\sqrt{x} = 2$;

2. $\sqrt[3]{x} = 2$;

3. $\sqrt[3]{1-3x} = 0$;

4. $\sqrt[4]{2-x} = 0$;

5. $\sqrt{x+1} = 3$;

6. $\sqrt[3]{2x+3} = 1$;

7. $\sqrt{3-x} = 2$;

8. $\sqrt[3]{x^2-17} = 2$;

9. $\sqrt{x^2-x-3} = 3$;

10. $\sqrt{3-4x} = 2x$;

11. $x+1 = \sqrt{1-x}$;

12. $\sqrt{x} - x = -12$;

13. $\sqrt{x-1} = x-3$;

14. $\sqrt{1-2x} = x-5$;

15. $\sqrt{x+3} = -x-4$

16. $\sqrt{x-13} - \sqrt{10-x} = 2$;

17. $\sqrt{3-x} = x-3$;

18. $\sqrt{x} + \sqrt{x-2} = 1-x$.

Решите неравенства:

а) $\sqrt{x+5} < 2$;

в) $\sqrt{6-5x} > -5$;

б) $\sqrt[4]{3x^2+2x-5} \leq 0$;

г) $\sqrt{4x-1} < -1$.

Зачетная работа №1

Тема: Контроль знаний.

Цель: Применение знаний при решении задач.

- 1) $-6x - 4 = -9x + 11$
1) 3 2) 12 3) 5 4) 1
- 2) $6 - 5x = 2x + 5$
1) 8 2) 7 3) $1\frac{4}{7}$ 4) $\frac{1}{7}$
- 3) $10(x - 9) = 7$
1) 9,7 2) 0,87 3) $\frac{10}{97}$ 4) -0,97
- 4) $5(2x + 4) = 6x - 10$ Ответ: _____
- 5) $7(-3 + x) - 2x = -6$ Ответ: _____
- 6) $2(x - 3) - 5 = 4x$ Ответ: _____
- 7) $-5(7 - x) + 2x = -7$ Ответ: _____
- 8) $\frac{2x-3}{x} = 7$ Ответ: _____
- 9) $\frac{2}{7}(x - 7) = x + 3$ Ответ: _____
- 10) $9 + 3(1 - 2x) = 6x - 4$ Ответ: _____
- 11) Решите уравнение: $x^2 + 4x = 0$
1) 0; 4 2) 4 3) 0; -4 4) 1; -4
- 12) Решите уравнение: $1 - 9y^2 = 0$
Ответ: _____
- 13) Решите уравнение: $-y^2 + 3 = 0$
Ответ: _____
- 14) Решите уравнение: $x^2 - 7x + 12 = 0$
1) -3; 4 2) -3; -4 3) 3; -4 4) 3; 4
- 15) Найдите наименьший корень уравнения:
 $y^2 + 8y + 15 = 0$
Ответ: _____
- 16) Решите уравнение: $2x^2 - 7x + 5 = 0$
- 17) Ответ: _____
- 18) Найдите сумму корней уравнения:
 $x^2 - 13x + 40 = 0$

Практическое занятие №10

Тема: Функции.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

1. Построить графики функций: $y=x^2$; $y=x^2-3$; $y=(x+2)^2$
2. Выяснить, является ли функция $y=x^5-x^3$ чётной, нечётной или другой.
3. Даны функции $f(x)=\sqrt{x}$ и $g(t)=3t^2+1$. Найдите функцию $f(g(t))$.
4. Найдите функцию обратную данной функции $y=6x-7$
5. Вычислите: $f(-2)$, если $f(x)=x^3+5$

2 вариант

1. Построить графики функций: $y=x^2$; $y=x^2+3$; $y=(x-2)^2$
2. Выяснить, является ли функция $y=x^6-x^4$ чётной, нечётной или другой.
3. Даны функции $f(x)=x^2+5$ и $g(t)=t+4$. Найдите функцию $f(g(t))$.
4. Найдите функцию обратную данной функции $y=5x+13$
5. Вычислите: $f(-2)$, если $f(x)=x^3+5$

3 вариант

1. Построить графики функций: $y=x^2$; $y=x^2-1$; $y=(x+3)^2$
2. Выяснить, является ли функция $y=x^4-x^3$ чётной, нечётной или другой.
3. Даны функции $f(x)=2\sqrt{x}$ и $g(t)=3t^2-5$. Найдите функцию $f(g(t))$.
4. Найдите функцию обратную данной функции $y=\frac{2}{3}x-12$
5. Вычислите: $f(-12)$, если $f(x)=x^2-9$

Практическое занятие №11

Тема: Степенная функция.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

1. Найти область определения функции: а) $y = \sqrt{2x - x^2}$; б) $y = \frac{9}{(x+5)^3}$.
2. Построить график функции $y = (x+1)^{\frac{1}{2}}$. Найти ее область определения и множество значений.
3. Найти функцию, обратную к данной, ее область определения и множество значений:
а) $y = \sqrt[4]{x-3}$; б) $y = 3x - 5$.
4. Решить уравнение: а) $\sqrt{5-4x} = 3,2$; б) $\sqrt{4x^2 - 3x - 1} = x + 1$.
5. Решить неравенство: $\sqrt{x^2 - 2x - 1} \geq 2x - 3$.

2 вариант

1. Найти область определения функции: а) $y = \sqrt{5x - 2x^2}$; б) $y = -\frac{4}{(x-1)^3}$.
2. Построить график функции $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$. Найти ее область определения и множество значений.
3. Найти функцию, обратную к данной, ее область определения и множество значений:
а) $y = \sqrt[4]{x+2}$; б) $y = 2x + 4$.
4. Решить уравнение: а) $\sqrt{2x-3} = 1,6$; б) $\sqrt{3x^2 + 5x + 8} = 2x + 3$.
5. Решить неравенство: $\sqrt{2x^2 + x} < 2x + 1$.

Практическое занятие №12

Тема: Показательная функция.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

1. Решите уравнения:

а) $\left(\frac{1}{25}\right)^{1+x} = 5$; б) $4^{3x+5} = \left(\frac{1}{16}\right)^x$; в) $5^x = 2^x$; г) $3^{x+2} = 0,3 \cdot 10^{x+2}$.

2. Используя свойство возрастания или убывания показательной функции, сравните числа:

а) $1,3^{42}$ и $1,3^{34}$; б) $\left(\frac{1}{7}\right)^3$ и $\left(\frac{1}{7}\right)^8$; в) $0,6^{-4}$ и $\left(\frac{5}{3}\right)^{8,2}$; г) $5,3^{-\sqrt{2}}$ и $5,3^{-\sqrt{3}}$.

3. Решите уравнение графическим способом: $4^{x+1} = 4 - x$.

4. Решите уравнения:

а) $3 \cdot 7^{x-1} + 2 \cdot 7^x - 7^{x-2} = 826$; б) $2 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^x + 4 = 0$.

5. На рисунке изображен график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите чему равно значение $f(6)$.



2 вариант

1. Решите уравнения:

а) $\left(\frac{1}{9}\right)^{x-1} = 3$; б) $\left(\frac{1}{6}\right)^{2x+8} = 216^x$; в) $7^x = 3^x$; г) $5^{2-x} = \frac{1}{2} \cdot 10^{2-x}$.

2. Используя свойство возрастания или убывания показательной функции, сравните числа:

а) $\left(\frac{1}{5}\right)^4$ и $\left(\frac{1}{5}\right)^6$; б) $2,7^{51}$ и $2,7^{32}$; в) $0,8^{-15}$ и $0,8^{-15,5}$; г) $1,4^{-\sqrt{6}}$ и $1,4^{-\sqrt{7}}$.

3. Решите уравнение графическим способом: $3^{x-1} = 2 - x$.

Часть 2

4. Решите уравнения:

а) $8^{x-2} + 2 \cdot 8^x - 2 \cdot 8^{x-1} = 904$; б) $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$.

5. На рисунке изображен график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите чему равно значение $f(8)$.



Практическое занятие №13

Тема: Решение показательных уравнений и неравенств.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

1. Решить уравнение:

а) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25$; б) $3^{x-1} - 3^x + 3^{x+1} = 63$; в) $0,2^{x^2+4x-5} = 1$

г) $4^x + 2^x - 20 = 0$; д) $(\sqrt{10})^x = 10^{x^2-x}$

2. Решить неравенство:

а) $7^{x-2} > 49$; б) $\left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}$; в) $9^x - 3^x - 6 > 0$; г) $(\sqrt{5})^{x-6} < \frac{1}{5}$; д) $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \geq 1$.

2 Вариант

1. Решить уравнение:

а) $0,1^{2x-3} = 10$; б) $2^{x+3} - 2^{x+1} + 1 = 12$; в) $\left(2\frac{1}{3}\right)^{-x^2-2x+3} = 1$

г) $9^x + 3^x - 6 = 0$; д) $100^{x^2-1} = 10^{1-5x}$

2. Решить неравенство:

а) $3^{x-2} > 9$; б) $\left(1\frac{1}{5}\right)^x > \frac{5}{6}$; в) $4^x - 2^x < 12$; г) $(\sqrt[3]{3})^{x+6} > \frac{1}{9}$; д) $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4} \leq 1$.

Практическое занятие №14

Тема: Решение показательных неравенств.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант	2 вариант
$4^x < \frac{1}{2}$ $2^{3 \cdot x} \geq \frac{1}{2}$ $\left(\frac{13}{11}\right)^{x^2 - 3 \cdot x} < \frac{121}{169}$ $3^x > 27$ $\left(\frac{1}{5}\right)^x \leq \frac{1}{25}$ $(0,3)^{x+3} \geq 1$ $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 4$ $3^x < -9$ $2^x > -2$ $\left(\frac{3}{5}\right)^{x+8} < 1\frac{2}{3}$	$4^x < 16$ $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq \frac{1}{8}$ $(0,7)^{x-7} \leq 1$ $\left(\frac{1}{6}\right)^x < 36$ $3^x > -3$ $5^x < -25$ $\left(\frac{2}{7}\right)^{x+8} > 3\frac{1}{2}$ $25^x \cdot 5 \geq \frac{1}{25}$ $\left(\frac{4}{5}\right)^{x^2} < \left(\frac{16}{25}\right)^2$ $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{4}$ $3^{2 \cdot x} \leq \frac{1}{3}$ $\left(\frac{7}{9}\right)^{2 \cdot x^2 - 3 \cdot x} \geq \frac{9}{7}$

Практическое занятие №15

Тема: Решение логарифмических уравнений, систем логарифмических уравнений.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Решить уравнение:

$$a) \log_5(2x-1)=2 ; \quad б) \lg(x-1)+\lg x=0 ; \quad в) \log_5 \frac{1-2x}{x+3}=1 ; \quad г) \log_8 x + \log_{\sqrt{2}} x = 14$$

$$a) \log_4(2x+3)=3 ; \quad б) \log_2(x-2)+\log_2(x-3)=1 ; \quad в) \log_4 \frac{4+2x}{x-5}=2 ; \quad г) \log_{\sqrt{3}} x + \log_9 x = 10$$

2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \log_3^3 y^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-3x} = 127 \\ \log_3^2 y^2 - 2\left(\frac{1}{5}\right)^{-x} \cdot \log_3 y = 127 - 25^x. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_4^3 y^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-3x} = -9 \\ \log_4^2 y + \left(\frac{1}{3}\right)^{-x} \cdot \log_4 y^3 = 27 - 9^{x+1}. \end{cases}$$

Практическое занятие №16

Тема: Решение логарифмических неравенств.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Решить неравенство:

1 вариант

$$a) \lg(3x-4) < \lg(2x+1); \quad б) \log_{\frac{1}{2}}(x-3) > 2 \quad ; \quad в) \log_{\frac{1}{2}}(x-3) + \log_{\frac{1}{2}}(9-x) \geq -3$$

$$г) \log_6(x^2 - 3x + 2) \geq 1$$

2 вариант

$$a) \log_{\frac{1}{2}}(2x+3) > \log_{\frac{1}{2}}(x+1); \quad б) \log_{\frac{1}{3}}(x-5) > 1 \quad в) \log_{\frac{1}{6}}(10-x) + \log_{\frac{1}{6}}(x-3) \geq -1;$$

$$г) \log_8(x^2 - 4x + 3) < 1$$

Зачетная работа №2

Тема: Контроль знаний.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

1. Решить показательные уравнения: а) $0,5^{x+7} \cdot 0,5^{1-2x} = 2$; б) $3^{x-1} - 3^x + 3^{x+1} = 63$; в) $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0$

2. Решить логарифмические уравнения: а) $\log_5(2x-1) = \log_5 25$ б) $\lg(3x-1) - \lg(x+5) = \lg 5$

3. Решить графически уравнение: $\log_{\frac{1}{3}} x = 3x$

1. Решить показательные неравенства: а) $5^{x-2} > 25$; б) $5^{3x+1} - 5^{3x-3} \leq 624$; в) $4^x - 2^x < 12$

2. Решить логарифмические неравенства: а) $\log_2(x-5) \leq 2$ б) $\lg(x^2 + 2x + 2) < 1$

3. Решить графически неравенство: а) $\sqrt{x} > x - 2$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^x < x - \frac{1}{2}$

2 вариант

1. Решить показательные уравнения: а) $6^{3x} \cdot \frac{1}{6} = 6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{2x}$ б) $2^{3x+2} - 2^{3x-2} = 30$; в) $4 \cdot 2^x - 5 \cdot 2^x + 1 = 0$

2. Решить логарифмические уравнения: а) $\lg(x^2 - 2) = \lg x$ б) $\log_3(x-2) + \log_3(x+6) = 2$

3. Решить графически уравнение: $2^x = 3x - 2$

1. Решить показательные неравенства: а) $5^{2x} > \frac{1}{25}$; б) $2^{x-1} + 2^{x+3} > 17$; в) $3 \cdot 9^x + 11 \cdot 3^x < 4$

2. Решить логарифмические неравенства: а) $\log_3(7-x) > 1$ б) $\log_3(x^2 + 7x - 5) > 1$

3. Решить графически неравенство: а) $\sqrt{x} \leq x - 2$; б) $3^x > -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$

Практическое занятие №17

Тема: Решение примеров с использованием тригонометрических функций.

Цель: Применение знаний при решении задач.

Вычислите:

1) $2\sin 30^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{ctg} 30^\circ;$

2) $\operatorname{tg} 60^\circ + 2\cos 45^\circ - \sqrt{3}\operatorname{ctg} 45^\circ;$

3) $6\cos 30^\circ - 3\operatorname{tg} 60^\circ + 2\sin 45^\circ;$

4) $\sqrt{3}\operatorname{tg} 30^\circ + 4\sin 30^\circ - \sqrt{3}\operatorname{ctg} 30^\circ;$

5) $\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{3} - 2\cos\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{tg}\frac{\pi}{3};$

6) $2\cos\frac{\pi}{3} + 2\sin\frac{\pi}{6} - 2\sin\frac{\pi}{4};$

7) $\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6} + 2\sin\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{ctg}\frac{\pi}{6};$

8) $\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4} - 2\sin\frac{\pi}{6} + \operatorname{ctg}\frac{\pi}{6};$

9) $2\sin\pi - \cos 0 + \operatorname{tg} 0 + 3\cos\frac{\pi}{2} - \sin\frac{3\pi}{3};$

10) $5\sin 90^\circ + 2\cos 0^\circ - 2\sin 270^\circ + 10\cos 180^\circ .$

Практическое занятие №18

Тема: Использование четности и нечетности тригонометрических функций.

Цель: Применение знаний при решении задач.

Вычислите:

1) $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)-\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right);$

2) $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)-\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right);$

3) $\sin(-\pi)+\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)+\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{2}\right);$

Найдите значение выражения:

4) $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)-\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right);$

5) $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)-\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right);$

6) $\cos(-2\pi)+\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right)+\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)+\operatorname{tg}(-\pi).$

Зачетная работа №3

Тема: Контроль знаний.

Цель: Применение знаний при решении задач.

- 1) $2\sin 30^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{ctg} 30^\circ;$
- 2) $\operatorname{tg} 60^\circ + 2\cos 45^\circ - \sqrt{3} \operatorname{ctg} 45^\circ;$
- 3) $6\cos 30^\circ - 3\operatorname{tg} 60^\circ + 2\sin 45^\circ;$
- 4) $\sqrt{3} \operatorname{tg} 30^\circ + 4\sin 30^\circ - \sqrt{3} \operatorname{ctg} 30^\circ;$
- 5) $\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{3} - 2\cos \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3};$
- 6) $2\cos \frac{\pi}{3} + 2\sin \frac{\pi}{6} - 2\sin \frac{\pi}{4};$
- 7) $\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} + 2\sin \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6};$
- 8) $\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} - 2\sin \frac{\pi}{6} + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}.$
- 9) $4\cos 60^\circ + 2\sin 45^\circ - 2\sqrt{3} \operatorname{tg} 30^\circ;$
- 10) $\sqrt{2} \cos 45^\circ - 3\sqrt{3} \operatorname{tg} 60^\circ + 6\cos 30^\circ;$
- 11) $2\cos \frac{\pi}{6} - 4\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} + 2\sin \frac{\pi}{6};$
- 12) $4\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - 2\cos \frac{\pi}{3} - 2\sin \frac{\pi}{6};$
- 13) $3\sin \frac{\pi}{2} + \cos 2\pi - 4\operatorname{tg} 0 + \sin \pi + \cos \frac{\pi}{2};$

Практическое занятие №19

Тема: Решение примеров с использованием основных тригонометрических тождеств.

Цель: Применение знаний при решении задач.

Упростите выражения:

1) $4\cos^2 3\alpha + 4\sin^2 3\alpha$;

2) $2\sin^2 5\alpha + 2\cos^2 5\alpha$;

3) $1 - \sin^2 3x$;

4) $1 - \cos^2 4\beta$;

5) $\sin^2 7y - 1$;

6) $\cos^2 3t - 1$;

7) $2\sin^2 t - 1$;

8) $1 - 2\cos^2 3\gamma$;

9) $\operatorname{tg} 3\beta \operatorname{ctg} 3\beta$;

10) $\operatorname{ctg} 1,1 \cdot \operatorname{tg} 1,1$;

11) $\operatorname{tg} \alpha \cos \alpha$;

12) $\sin 2\varphi \operatorname{ctg} 2\varphi$;

13) $\operatorname{ctg}^2 \varphi \sin^2 \varphi$;

14) $\operatorname{tg}^2 \alpha \cos^2 \alpha$;

15) $\operatorname{tg} \gamma \cos \gamma \sin \gamma$;

16) $\sin 2\alpha \cos 2\alpha \operatorname{ctg} 2\alpha$;

17) $(1 - \cos 3\beta)(1 + \cos 3\beta)$;

18) $(1 - \sin 2\varphi)(1 + \sin 2\varphi)$;

19) $(\sin t + 1)(\sin t - 1)$;

20) $(\cos 5\alpha - 1)(1 + \cos 5\alpha)$;

21) $\sin^2 \gamma \cos^2 \gamma + \cos^4 \gamma$;

22) $\sin^4 \varphi + \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi$;

23) $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha + \cos \alpha)^2$;

24) $(3\sin t + 4 \cos t)^2 + (4\sin t - 3 \cos t)^2$.

Практическое занятие №20

Тема: Выражение тригонометрических функций через другие тригонометрические функции.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Упростите выражение $\sin 2\alpha \cdot \sin 3\alpha - \cos 2\alpha \cdot \cos 3\alpha - \cos 5\alpha$.

2. Вычислите $2\cos^2 \alpha - 4\sin^2 \alpha$, если $\cos^2 \alpha = \frac{2}{7}$.

3. Упростите выражение $\sin \frac{2\pi}{15} \cdot \cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{2\pi}{15} \cdot \sin \frac{\pi}{5}$.

4. Упростите выражение $\sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{12}$.

5. Вычислите: $\sin(180^\circ - 60^\circ) + \cos(270^\circ + 30^\circ)$.

6. Упростите выражение $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{\cos 2\alpha}$.

7. Вычислите: $\cos(270^\circ + 60^\circ) + \cos(180^\circ - 60^\circ)$.

8. Упростите выражение $(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha)(\cos^2 \alpha - 1)$.

9. Найдите значение выражения

$5\cos x \cdot \sin 2x - 5\cos 2x \cdot \sin x$, если $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \frac{3}{5}$.

10. Найдите значение выражения

$5\cos x \cdot \sin 2x + 5\cos 2x \cdot \sin x$, если $5\cos\left(\frac{\pi}{2} + 3x\right) = -2$.

11. Упростите выражение $\cos x \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 3 - \sin 2x$.

12. Упростите выражение $\cos x \cos(2\pi - x) + 2 - \sin^2 x$.

13. Упростите выражение $\sin 5\alpha \cdot \sin 3\alpha + \cos 5\alpha \cdot \cos 3\alpha - \cos 8\alpha$.

14. Вычислите $4\sin^2 \alpha - 12\cos^2 \alpha$, если $\sin^2 \alpha = \frac{3}{8}$.

Практическое занятие №21

Тема: Решение примеров с использованием формул приведения.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Вычислите:

а) $\frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}}{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}} + \sqrt{2} \sin \frac{3\pi}{4}$.

б) $\frac{\cos 25^\circ \cos 15^\circ - \sin 25^\circ \sin 15^\circ}{\cos 100^\circ + \cos 20^\circ}$.

в) $\frac{\operatorname{tg} 29^\circ + \operatorname{tg} 16^\circ}{1 - \operatorname{tg} 29^\circ \operatorname{tg} 16^\circ} - 4 \sin 75^\circ \cos 75^\circ$.

г) $\sqrt{\frac{1 - \cos 8}{2}} + \sin 4$.

2. Известно, что $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\frac{1}{2}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Найдите $\sin(30^\circ + \alpha)$.

3. Упростите выражение:

а) $2 \cos^2 \alpha - (\operatorname{tg} \alpha \cos \alpha)^2 - (\operatorname{ctg} \alpha \sin \alpha)^2$.

б) $\frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha} \cdot (1 + \cos 4\alpha)$.

в) $\frac{\operatorname{tg}^2 2\alpha - \operatorname{ctg}^2 2\alpha}{4 \operatorname{ctg} 4\alpha}$.

4. Докажите тождество:

$$\operatorname{ctg} 2\alpha \cdot \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \cos 2\alpha.$$

5. Найдите значение x , если x – угол 2 четверти $\cos 62^\circ - \cos 18^\circ = -2 \sin x \sin 22^\circ$.

6. Найдите два значения x из промежутка $[-2\pi; 0]$, удовлетворяющих равенству:

$$\sin 5^\circ + \sin 65^\circ = 2 \sin 39^\circ \cos x.$$

7.* Вычислите:

$$\cos 36^\circ \cos 72^\circ.$$

8.* Упростите выражение используя формулы понижения степени:

$$\cos^2\left(\frac{3\pi}{8} - \alpha\right) - \cos^2\left(\frac{11\pi}{8} + \alpha\right).$$

Зачетная работа №4

Тема: Контроль знаний.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta$;

2) $\operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x - \cos^2 3\alpha$;

3) $\operatorname{tg}^2 5\beta + \operatorname{tg} t \operatorname{ctg} t$;

4) $(1 - \sin^2 3\alpha) \operatorname{tg}^2 3\alpha$;

5) $\operatorname{ctg}^2 \beta (\cos^2 \beta - 1) + 1$;

6) $1 + \cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma$;

7) $1 - \sin \alpha \cos \alpha \operatorname{ctg} \alpha$;

8) $(\operatorname{tg} \beta \cos \beta)^2 + (\operatorname{ctg} \beta \sin \beta)^2$;

9) $2 - \cos^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \varphi - \cos^2 \varphi$;

10) $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - \operatorname{tg}^2 \alpha - \cos^2 \alpha$;

11) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \frac{1}{\sin^2 3\gamma}$;

12) $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)$;

Практическое занятие №22

Тема: Решение примеров с использованием формул сложения.

Цель: Применение знаний при решении задач.

Вариант 1

Вычислите:

а) $\sin 98^\circ \cos 53^\circ + \sin 98^\circ \sin 53^\circ$;

б) $\sin 56^\circ \cos 26^\circ - \cos 56^\circ \sin 26^\circ$;

в) $\sin \frac{8\pi}{7} \cos \frac{6\pi}{7} + \sin \frac{6\pi}{7} \cos \frac{8\pi}{7}$;

г) $\sin 3\alpha \cos 2\alpha - \sin 2\alpha \sin 3\alpha$.

д) $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$, если $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Вычислите:

а) $\sin 37^\circ \cos 53^\circ - \sin 37^\circ \sin 53^\circ$;

б) $\sin 39^\circ \cos 21^\circ + \cos 39^\circ \sin 21^\circ$;

в) $\sin \frac{7\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} - \sin \frac{5\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12}$;

г) $\sin 6\alpha \cos 2\alpha + \sin 6\alpha \sin 2\alpha$.

д) $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$, если $\sin \alpha = -0,8$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

Вариант 2

Вычислите:

а) $\sin 52^\circ \cos 22^\circ + \sin 22^\circ \sin 52^\circ$;

б) $\sin 134^\circ \cos 44^\circ - \cos 134^\circ \sin 44^\circ$;

в) $\cos \frac{10\pi}{6} \cos \frac{8\pi}{6} - \sin \frac{8\pi}{6} \sin \frac{10\pi}{6}$;

г) $\sin \alpha \cos 3\alpha - \sin 3\alpha \cos \alpha$.

д) $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$, если $\cos \alpha = -\frac{15}{17}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Вычислите:

а) $\sin 72^\circ \cos 18^\circ - \sin 72^\circ \sin 18^\circ$;

б) $\sin 25^\circ \cos 20^\circ + \cos 25^\circ \sin 20^\circ$;

в) $\sin \frac{8\pi}{3} \cos \frac{7\pi}{3} - \sin \frac{7\pi}{3} \cos \frac{8\pi}{3}$;

г) $\sin 4\alpha \cos 6\alpha + \sin 4\alpha \sin 6\alpha$.

д) $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$, если $\sin \alpha = -0,6$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Практическое занятие №23

Тема: Использование формул половинного угла.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Найдите значение выражения $8 \sin \frac{5\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12}$
2. Найдите значение выражения $\frac{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ}$
3. Найдите $\sin 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,6$ и $\pi < \alpha < 2\pi$.
4. Найдите значение выражения $\sqrt{12} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3}$.
5. Найдите значение выражения $\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$.
6. Найдите $\frac{10 \sin 6\alpha}{3 \cos 3\alpha}$, если $\sin 3\alpha = 0,6$
7. Найдите значение выражения $\sqrt{72} - \sqrt{288} \sin^2 \frac{21\pi}{8}$.
8. Найдите значение выражения $\sin \frac{23\pi}{12} \cos \frac{23\pi}{12}$
9. Упростите выражение $\frac{1 + \sin 2x}{(\sin x + \cos x)^2}$

Зачетная работа №5

Тема: Контроль знаний.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

- 1) Найдите $24\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,2$
- 2) Найдите значение выражения $\frac{12\sin 11^\circ \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$
- 3) Найдите значение выражения $\frac{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ}$
- 4) Найдите $\frac{10\sin 6\alpha}{3\cos 3\alpha}$, если $\sin 3\alpha = 0,6$
- 5) Найдите значение выражения $8\sin \frac{5\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12}$
- 6) Упростите выражение $\frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$
- 7) Упростите выражение $\frac{\cos 2t - \cos^2 t}{1 - \cos^2 t}$
- 8) Решите уравнение $\sin^2 \frac{x}{4} - \cos^2 \frac{x}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

2 вариант

- 1) Найдите $-7\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = 0,5$
- 2) Найдите значение выражения $\frac{36\sin 102^\circ \cos 102^\circ}{\sin 204^\circ}$
- 3) Найдите значение выражения $\frac{22(\sin^2 72^\circ - \cos^2 72^\circ)}{\cos 144^\circ}$
- 4) Найдите $\frac{3\sin 4\alpha}{5\cos 2\alpha}$, если $\sin 2\alpha = -0,2$
- 5) Найдите значение выражения $2\sqrt{2}\sin \frac{11\pi}{8} \cos \frac{11\pi}{8}$
- 6) Упростите выражение $\frac{\sin 2t - 2\sin t}{\cos t - 1}$
- 7) Упростите выражение $\frac{2\cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$
- 8) Решите уравнение $\sin 3x \cos 3x = -\frac{\sqrt{3}}{4}$

Практическое занятие №24

Тема: Использование формул половинного угла.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

1. Вычислить $4 - 8 \cos^2 \frac{x}{2}$ при $\cos x = 0,25$
2. Вычислить $\sin \frac{\alpha}{2}$ при $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\alpha \in (1,5\pi; 2\pi)$.
3. Вычислить значение выражения $-\frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cos^2 15^\circ$.
4. Вычислить $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$ при $\cos \alpha = 0,6$ $\alpha \in (0; \pi/2)$.
5. Вычислить значение выражения $\frac{1 - \cos 4\alpha}{\sin 4\alpha} \cdot \operatorname{ctg} 2\alpha$ при $\alpha = \frac{\pi}{12}$.

2 вариант

1. Вычислить $2\cos 2x - 4\sin x$ при $\sin x = 0,25$
2. Вычислить $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$ при $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$ $\alpha \in (\pi; 3\pi/2)$.
3. Вычислить значение выражения: $\sqrt{3}(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{12})$.
4. Вычислить $\cos^2 \frac{\alpha}{2}$, если $\sin \alpha = \frac{3}{5}$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.
5. Вычислить значение выражения $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$, если $\frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha = 10$.

Практическое занятие №25

Тема: Преобразование суммы в произведение.

Цель: Применение знаний при решении задач.

Вариант 1

1. Упростить: $\sin 20^\circ + \sin 40^\circ$.
A) $\sin 10^\circ$; B) $\cos 10^\circ$; C) $\cos 20^\circ$; D) $\sin 20^\circ$.
2. Преобразовать в произведение: $\cos 47^\circ + \cos 73^\circ$.
A) $\cos 46^\circ$; B) $\sin 46^\circ$; C) $\sin 13^\circ$; D) $\cos 13^\circ$.
3. Вычислить: $\cos 75^\circ + \cos 15^\circ$.
4. Разложить на множители: $\sin 40^\circ + \sin 50^\circ$.
5. Представить в виде произведения: $\sin 15^\circ + \cos 65^\circ$.
A) $\sin 40^\circ \cos 25^\circ$; B) $\sin 25^\circ \cos 40^\circ$;
C) $2 \sin 25^\circ \cos 40^\circ$; D) $2 \sin 20^\circ \cos 5^\circ$.
6. Представить в виде произведения: $\cos 40^\circ - \sin 16^\circ$.
A) $2 \sin 17^\circ \cos 33^\circ$; B) $2 \cos 17^\circ \sin 33^\circ$;
C) $2 \sin 17^\circ \sin 33^\circ$; D) $2 \cos 17^\circ \cos 33^\circ$.
7. Вычислить: $\cos 85^\circ + \cos 35^\circ - \cos 25^\circ$.
A) 0; B) 1; C) $\cos 40^\circ$; D) $\sin 40^\circ$.

Вариант 2

1. Упростить: $\sin 26^\circ + \sin 34^\circ$.
A) $\cos 4^\circ$; B) $\cos 8^\circ$; C) $\cos 50^\circ$; D) $\sin 4^\circ$.
2. Преобразовать в произведение: $\cos 53^\circ + \cos 67^\circ$.
A) $\cos 6^\circ$; B) $\sin 14^\circ$; C) $\cos 7^\circ$; D) $\cos 14^\circ$.
3. Вычислить: $\cos 75^\circ - \cos 15^\circ$.
4. Разложить на множители: $\sin 45^\circ - \sin 15^\circ$.
5. Представить в виде произведения: $\sin 25^\circ + \cos 55^\circ$.
A) $\cos 5^\circ$; B) $\sin 25^\circ \cos 40^\circ$; C) $\sin 5^\circ$; D) $2 \sin 20^\circ \cos 5^\circ$.
6. Представить в виде произведения: $\cos 65^\circ - \sin 35^\circ$.
7. Вычислить: $\cos 65^\circ + \cos 55^\circ - \cos 5^\circ$.
A) 0; B) 1; C) $\cos 35^\circ$; D) $\sin 25^\circ$.

Практическое занятие №26

Тема: Преобразование суммы в произведение и наоборот.

Цель: Применение знаний при решении задач.

- 1) $\cos 15^\circ \cdot \cos 5^\circ$; 2) $2 \cos 18^\circ \cdot \cos 66^\circ$;
3) $2 \cos \frac{\pi}{8} \cdot \cos \frac{\pi}{5}$; 4) $2 \cos (a + b) \cdot \cos (a - b)$;
5) $2 \cos x \cdot \cos (x + 1)$; 6) $\cos (\alpha - \frac{\pi}{6}) \cdot \cos (\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{6})$.

- 1) $\sin 23^\circ - \sin 32^\circ$; 2) $\sin \frac{\pi}{12} \cdot \sin \frac{\pi}{8}$;
3) $2 \sin A \cdot \sin 2A$; 4) $2 \sin (x + a) \cdot \sin (x - a)$.

- 1) $\sin 15^\circ \cdot \cos 10^\circ$; 2) $2 \sin 14^\circ \cdot \cos 16^\circ$;
3) $2 \cos 3^\circ \cdot \sin 2^\circ$; 4) $\sin (x - y) \cdot \cos (y - x)$.

- 1) $\sin 10^\circ \cdot \cos 8^\circ \cdot \cos 6^\circ$; 2) $4 \sin 25^\circ \cdot \cos 15^\circ \cdot \sin 5^\circ$;
3) $4 \sin 12^\circ \cdot \sin 14^\circ \cdot \sin 16^\circ$; 4) $4 \cos 25^\circ \cdot \cos 35^\circ \cdot \cos 15^\circ$.

- 1) $8 \cos 1^\circ \cdot \cos 2^\circ \cdot \cos 4^\circ \cdot \cos 8^\circ$; 2) $4 \sin A \cdot \sin 2A \cdot \sin 3A \cdot \sin 4A$.

Зачетная работа №5

Тема: Контроль знаний.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Пользуясь формулами преобразования произведений тригонометрических функций в сумму, доказать тождества:

- 1) $2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1 + \cos \alpha$; 2) $2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} = 1 - \cos \alpha$;
3) $2 \cos^2 (45^\circ - \frac{\alpha}{2}) = 1 + \sin \alpha$; 4) $2 \sin^2 (45^\circ - \frac{\alpha}{2}) = 1 - \sin \alpha$.

2. Преобразовать в суммы тригонометрических функций 1-й степени следующие произведения:

- 1) $\sin^2 3\alpha$; 2) $2 \cos^2 (\alpha - 45^\circ)$; 3) $4 \cos x \cdot \sin^2 \frac{x}{2}$;
4) $\sin 4\gamma \cos^2 (2\gamma + \frac{\pi}{4})$ 5) $\sin^3 \alpha$; 6) $4 \cos^4 \alpha$;
7) $16 \sin^2 \alpha \cdot \cos^3 \alpha$; 8) $32 \sin^5 \alpha \cdot \cos^3 \alpha$.

3. Пользуясь таблицами, найти числовые значения выражений:

- 1) $\sin 50^\circ \cdot \sin 15^\circ$; 2) $\sin 33^\circ \cdot \cos 47^\circ$;
3) $2 \cos^2 33^\circ 21'$; 4) $\sin^2 26^\circ 34'$;
5) $2 \sin 12^\circ \cdot \cos 8^\circ \cdot \cos 10^\circ$; 6) $4 \sin^2 10^\circ \cdot \sin 70^\circ$.

Практическое занятие №27

Тема: График тригонометрической функции.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

1. Построить графики функций.

а) $y = \cos 2x$

в) $y = \cos x - 1$

б) $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$

г) $y = |\sin x|$

2. Найти все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[0; 3\pi]$: $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

3. Найти все решения неравенства, принадлежащие отрезку $[0; 3\pi]$: $\sin x > \frac{\sqrt{2}}{2}$

2 вариант

1. Построить графики функций.

а) $y = \cos \frac{x}{2}$

в) $y = 2 + \sin x$

б) $y = \operatorname{tg} 2x$

г) $y = |\cos x|$

2. Найти все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[0; 3\pi]$: $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

3. Найти все решения неравенства, принадлежащие отрезку $[0; 3\pi]$: $\cos x > \frac{\sqrt{2}}{2}$

Практическое занятие №28

Тема: Решение примеров и задач с использованием функций арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Найдите значение выражения:

1) $\arccos x \left(\cos x \frac{\pi}{6} \right);$

2) $\operatorname{arctg} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \right);$

3) $\operatorname{tg} (\operatorname{arctg} 1);$

4) $\operatorname{arcctg} \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} \right);$

5) $\cos (\arccos \sqrt{2} / 2);$

6) $\sin \left(\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} \right);$

7) $\arcsin \left(\sin \frac{\pi}{6} \right);$

8) $\operatorname{ctg} (\operatorname{arcctg} 1).$

2. Найдите значение выражения:

1) $\sin \left(\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} \right);$

2) $\cos \left(\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} \right);$

3) $\sin (\operatorname{arctg} 1 + \operatorname{arcctg} 1);$

4) $\operatorname{tg} \left(\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \operatorname{arctg} \sqrt{3} \right)$

Практическое занятие №29

Тема: Решение тригонометрических уравнений.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

Решить уравнения:

1. $(\sin x + 1)(\operatorname{tg} x - 1) = 0$

2. $\operatorname{tg}(x - \frac{\pi}{6}) = 0$

3. $\operatorname{tg} x - \sqrt{3} = 0$

4. $\frac{2\operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = -1$

5. $\sin x(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}) = 0$

6. $\cos x(\operatorname{tg} x - 1/\sqrt{3}) = 0$

2 вариант

Решить уравнения:

1. $(1 + \cos 2x)(\operatorname{tg} x - \sqrt{3}) = 0$

2. $3\sin x - 7\cos x = 0$

3. $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

4. $(\sin 2x - 1)(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}) = 0$

5. $\operatorname{ctg}(x - \pi/3) = 2$

6. $2\sin^2 x - 2\cos^2 x = \sqrt{2}$

Практическое занятие №30

Тема: Решение тригонометрических уравнений.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

Решить уравнения:

1. $\cos x \cdot \cos 2x + \sin x \cdot \sin 2x = 0$

2. $\sin^2 x = -\cos 2x$

3. $\sqrt{3} \cos x - 2 \cos^2 x = 0$

4. $2\sin^2 x - \sqrt{3} \sin x = 0$

5. $2\sin x + 5 \cos x = 0$

6. $2\cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$

2 вариант

Решить уравнения:

1. $\sin 2x = 0$

2. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 1$

3. $2\sin 2x - \sqrt{3} = 0$

4. $\sin \frac{\pi}{4} x = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

5. $2\sin^2 x - 1 = 1$

6. $\sin 3x = -1$

Практическое занятие №31

Тема: Решение тригонометрических неравенств.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

Решить неравенства:

1) $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $\cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\sin x \leq \frac{1}{2}$; 4) $\sin x > -\sqrt{3}$ 5) $\sin 3x > -\frac{1}{2}$

Решить неравенства:

1. $\cos x \cdot \cos 2x + \sin x \cdot \sin 2x < 0$

2. $\sin^2 x > -\cos 2x$

3. $\sqrt{3} \cos x - 2 \cos^2 x \leq 0$

2 вариант

Решить неравенства:

1) $\cos x > \frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $\cos x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\sin x \geq \frac{1}{2}$; 4) $\sin x < -\sqrt{3}$ 5) $\sin 3x < -\frac{1}{2}$

Решить неравенства:

1. $2\sin^2 x - \sqrt{3} \sin x \geq 0$

2. $2\sin x + 5 \cos x > 0$

3. $2\cos^2 x - 3 \cos x + 1 < 0$

Зачетная работа №7

Тема: Контроль знаний.

Цель: Применение знаний при решении задач.

Вариант 1

1. Найдите значения неизвестной:

а) $\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$

б) $\cos(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

в) $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

г) $\sin 6x = \frac{9}{8}$

2. Решите неравенства и найдите значения неизвестной

а) $\sin x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$

б) $\cos\left(\frac{x}{3}\right) \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$

Вариант 2

1. Найдите значения неизвестной:

а) $\sin(3x - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

б) $\cos(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$

в) $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$

г) $\cos 3x = -\frac{5}{3}$

2. Решите неравенства и найдите значения неизвестной

а) $\sin x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$

б) $\cos 4x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$

Практическое занятие №32

Тема: Решение заданий на способы задания и свойства числовых последовательностей, нахождение пределов числовой последовательности.

Цель: Применение знаний при решении задач.

Найдите предел последовательности:

1.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} + 2^{2n+1}}{5 + 4^{n+2}}$$

2.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5-n)^2 + (5+n)^2}{(5-n)^2 - (5+n)^2}$$

3.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^2 + 2n} - n$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + x - 2}{3x^2 + 4x + 3}$$
 а) $x_0 = 3$; б) $x_0 = -1$; в) $x_0 = \infty$;

5.
$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{-x^2 - 4x + 5}{2x^2 + 15x + 25}$$
 а) $x_0 = 1$; б) $x_0 = -5$; в) $x_0 = \infty$;

Практическое занятие №33

Тема: Нахождение предела функции.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1.	$\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 - 3x + 4)$
2.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(4 + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$
3.	$\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^2 - 3x + 4)$
4.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{5}$
5.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2}$
6.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}$
7.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{10x - 3x^2}{2x + 5}$
8.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x - 3x^2}{2x + 5}$
9.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x - 3x^2}{2x^3 + 5x^5}$
10.	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$
11.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2\sqrt{x}}{x-1}$

Зачетная работа №8

Тема: Контроль знаний.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 2}{2x - 1}$
2.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 2}{2x^2 - 1}$
3.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x + 4}{2x + 1}$
4.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 4}{2x + 1}$
5.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x - x^3}{2x^3 + x^2}$
6.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 + 2x - 5}{3x^4 + 3x + 1}$
7.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x - 2}{x - 1}$
8.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^2 + 2}{3x^2 + 5}$
9.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 2x^2}{4x^2 + 2}$
10.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x}{x - 1}$
11.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9 - x^3}{2x^3 + 1}$
12.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6 + 2x^5 - 5}{3x^4 + 3x + 1}$
13.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^5 - x^3}{2x^3 + 1}$
14.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9 - x^3}{2x^5 + 1}$
15.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 + 2x^2 - 5x + 7}{2x^3 + 3x^2 + 1}$
16.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 + 2x^2 - 5x + 7}{2x^7 + 3x^3 + 5}$
17.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 + 2x^2 - 5x^6 + 20}{2x^3 + 9x^2 - 1}$
18.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 - x^3 - 16}{2x^5 + 8}$

Практическое занятие №34

Тема: Нахождение производных функций с использованием правил дифференцирования.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

Задание 1. Найти производную функции.

$$\begin{array}{lll} \text{а)} \quad y = x^3 - 9x^2 + x - 1 & \text{б)} \quad y = \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} & \text{в)} \quad y = x^2 \cdot \sin x \\ \text{г)} \quad y = \sin^2 3x & \text{д)} \quad y = \log_3 4x & \text{е)} \quad y = \frac{3}{5x^2} \end{array}$$

Задание 2. Решить уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = x - \cos x$

Задание 3. Написать уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0
 $f(x) = x - 3x^2 \quad x_0 = 2$

2 вариант

Задание 1. Найти производную функции.

$$\begin{array}{lll} \text{а)} \quad y = 5x^4 - 3x^2 + 5 & \text{б)} \quad y = \frac{x^2 + 1}{3x} & \text{в)} \quad y = \sin(x^2 - 2x + 4) \\ \text{г)} \quad y = x \cdot \sin 2x & \text{д)} \quad y = \sqrt{1 + x^3} & \text{е)} \quad y = (2 + 5x)^4 \end{array}$$

Задание 2. Решить уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = \ln(x + 1) - 2x$

Задание 3. Написать уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0
 $f(x) = \frac{1}{x} \quad x_0 = 3.$

Практическое занятие №35

Тема: Нахождение производных функций с использованием правил дифференцирования.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Найти производные функций:

a) $y = \frac{x \cdot \sin x + 6x^2}{x} + 3 \sin \frac{\pi}{2}$

b) $y = (4x + 5)^3$

c) $y = \sqrt{x} \cdot \cos x$

2. Найти производные функций:

a) $y = \frac{x \cdot \sin x + x \cos x + 3x^2}{x} + \sin \frac{\pi}{10}$

b) $y = \left(\frac{1}{7}x - 2 \right)^3$

c) $y = \left(\frac{1}{x} + 8 \right)(5x - 2)$

3. Найти производные функций:

a) $y = \frac{x \cdot \cos x + 6x^5}{x} + 3x^2$

b) $y = (4x - 5)^7$

c) $y = x^2 \cdot \sin x$

Практическое занятие №36

Тема: Геометрический смысл производной.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Найдите производную функции $f(x) = x^7 + \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 9$.
2. Найдите значение производной функции $y = \frac{x}{x-1}$ в точке
4. Найдите значение углового коэффициента касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 9x - 4x^3$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.
5. Найдите $f'(\pi)$, если $f(x) = x^2 \cdot \sin x$.
6. Напишите уравнение касательной к графику функции $g(x) = 3x^2 - 2x$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.
7. Найдите скорость и ускорение точки в момент времени $t = 2$ с., если она движется прямолинейно по закону $x(t) = 3t^3 - t + 4$ (координата $x(t)$ измеряется метрах).
8. Определите точку максимума функции $f(x) = 3 + 8x^2 - x^4$.
9. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = x^2 \cdot (6 - x)$ на промежутке $[-1; 5]$.
10. Найдите производную функции $y = \left(\frac{x}{5} - 12\right)^5 - \operatorname{ctg} 2x$.

Практическое занятие №37

Тема: Физический смысл производной.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Закон движения тела задан формулой $S(t) = t^3 + 3t - 4$ (S - в метрах, t – в секундах). Какой путь пройден телом за 4 секунды? Какова скорость движения в этот момент времени?
2. Пусть популяция бактерий в момент t (сек) насчитывает $x(t) = 3000 + 100 t^2$ особей. В какой момент времени скорость роста популяции будет равна 600 особей в секунду?
3. Объём продукции V цеха в течение дня зависит от времени по закону
 $V(t) = -\frac{5}{3} t^3 + \frac{15}{2} t^2 + 50t + 70$ (ед.). Вычислите производительность труда $\Pi(t)$ в момент времени $t = 2$ часа.
4. Мама с дочкой гуляли в парке. Девочка захотела покататься на каруселях, а мама решила сфотографировать дочку. Вращение карусели совершается по закону
 $g(t) = \frac{1}{9} t^3 - \frac{5}{2} t^2$. Фотография может быть хорошего качества только при ускорении равном 3 м/с^2 . В какой момент времени необходимо сделать снимок?

Практическое занятие №38

Тема: Применение производной к тригонометрической функции.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Производная функции $y = x \cos x + x^2 \sin x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{2}$ равна:

а) $1 - \pi^2$; б) π ; в) $\frac{\pi}{2}$; г) $-\pi$.

2. Производная функции $y = \sqrt{2} \cos x + \sin \frac{\pi}{4} + \frac{2}{\pi} x^2$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{4}$ равна:

а) 0,5; б) -0,5; в) 1; г) 0.

3. Производная функции $y = x^2 \cos x + x \sin x$ в точке $x_0 = \pi$ равна:

а) $1 - \pi^2$; б) π ; в) $\frac{\pi}{2}$; г) $-\pi$.

4. Производная функции $y = \sqrt{3} \sin x + \cos \frac{\pi}{3} - \frac{3}{\pi} x^2$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{6}$ равна:

а) 0,5; б) -0,5; в) 1; г) 0.

5. Производная функции $y = x^2 \sin x - x \cos x$ в точке $x_0 = \pi$ равна:

а) $1 - \pi^2$; б) π ; в) $\frac{\pi}{2}$; г) $-\pi$.

6. Производная функции $y = \sin \frac{\pi}{3} - \sqrt{3} \cos x - \frac{3}{\pi} x^2$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{3}$ равна:

а) 0,5; б) -0,5; в) 1; г) 0.

7. Производная функции $y = x \sin x - x^2 \cos x$ в точке $x_0 = \pi$ равна:

а) $1 - \pi^2$; б) π ; в) $\frac{\pi}{2}$; г) $-\pi$.

Практическое занятие №39

Тема: Применение производной к показательной функции.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Производная функции $f(x) = x - e^x$ в точке $x = \ln 2,5$ равна:

а) $\ln 2,5 - 1$; б) $3,5$; в) $-1,5$; г) 1 .

2. Производная функции $f(x) = 3^x - x \ln x \ln 3$ в точке $x_0 = 1$ равна:

а) $2 \ln 3$; б) $3 \ln 2$; в) $-3 \ln 2$; г) $-2 \ln 3$.

3. Производная функции $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ в точке $x = \ln 2$ равна:

а) $1\frac{7}{9}$; б) $-1\frac{7}{9}$; в) $-\frac{16}{25}$; г) $\frac{16}{25}$.

4. Производная функции $f(x) = e^{-x} + x$ в точке $x = \ln 3$ равна:

а) $\ln 3 - 1$; б) $1\frac{1}{3}$; в) $1,5$; г) $\frac{2}{3}$.

5. Производная функции $f(x) = 2^x + x \ln x \ln 2$ в точке $x_0 = 1$ равна:

а) $2 \ln 3$; б) $3 \ln 2$; в) $-3 \ln 2$; г) $-2 \ln 3$.

6. Производная функции $f(x) = \frac{e^{-x} - e^x}{e^x + e^{-x}}$ в точке $x = \ln 2$ равна:

а) $1\frac{7}{9}$; б) $-1\frac{7}{9}$; в) $-\frac{16}{25}$; г) $\frac{16}{25}$.

Практическое занятие №40

Тема: Применение производной второго порядка.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант	2 вариант
Чему равно наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке	
$Y=2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ на отрезке $[0,3]$	$Y=1+3x^2 - x^3$ на отрезке $[-1,1]$
Найти вторую производную функции	
А) $y=5x^7 - 4x^6 + 5x^4 - 3x + 2$ Б) $y=\sin 2x - x$	А) $y=6x^5 - 4x^4 + 3x^2 - 2x + 7$ Б) $y=2x+\cos 3x$
Найти интервалы выпуклости и вогнутости функции, точки перегиба	
$y = x^4 - x^2$	$y = x^4 - 1,5x^2 + 1$
Составить уравнение касательной к графику функции	
$y = x^2 - x + 3$, которая параллельна пямой $y = -x - 3$	$y = x^2 - 3x + 2$, которая параллельна прямой $y = x - 5$
Построить график функции	
$y = x^3 + 3x^2 - 4$	$y = x^4 - 8x^2 + 7$

Практическое занятие №41

Тема: Применение производной к исследованию функции.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

1. Областью определения функции $y = \frac{1}{\sqrt{6-x-x^2}}$ является:
а) $(-3; 2)$; б) $(-\infty; -3)$; в) $(2; +\infty)$; г) $[-3; 2]$.
2. Область значений функции $y = 3 \sin x + 4 \cos x$ является:
а) $[-7; 7]$; б) $[1; 7]$; в) $[3; 4]$; г) $[-5; 5]$.
3. Функция $y = 9x + 3x^2 - x^3$ возрастает на промежутке:
а) $[3; +\infty)$; б) $[-1; 3]$; в) $[-1; +\infty)$; г) $(-\infty; -1]$.
4. Критическими (стационарными) точками функции $y = \cos x + x$ являются:
а) $\frac{\pi}{2}(4n+1)$; б) $\frac{\pi}{2}(4n-1)$; в) πn ; г) $\frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z}$.

2 вариант

1. Областью определения функции $y = \frac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}}$ является:
а) $(3; +\infty)$; б) $(-1; 3)$; в) $[1; 3]$; г) $(-1; +\infty)$.
2. Область значений функции $y = 5 \sin x - 12 \cos x$ является:
а) $[-13; 13]$; б) $[-17; 17]$; в) $[-7; 17]$; г) $[5; 12]$.
3. Функция $y = x^3 + 1,5x^2 - 18x$ убывает на промежутке:
а) $(-\infty; 3]$; б) $[2; +\infty)$; в) $[-3; 2]$; г) $[-3; +\infty)$.
4. Критическими (стационарными) точками функции $y = x - \sin x$ являются:
а) πn ; б) $2\pi n$; в) $\frac{\pi}{2}(4n+1)$; г) $\frac{\pi}{2}(4n-1), n \in \mathbb{Z}$.

Практическое занятие №42

Тема: Применение производной к исследованию функции.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

1. Областью определения функции $y = \frac{1}{\sqrt{7x-10-x^2}}$ является:
а) $(5; +\infty)$; б) $(-\infty; 2)$; в) $(2; 5)$; г) $[2; 5]$.
2. Область значений функции $y = 12\sin x + 5\cos x$ является:
а) $[5; 12]$; б) $[-13; 13]$; в) $[-17; 17]$; г) $[-5; 12]$.
3. Функция $y = \frac{1}{3}x^3 - 0,5x^2 - 6x$ убывает на промежутке:
а) $(-\infty; -2]$; б) $(-\infty; 3]$; в) $[3; +\infty)$; г) $[-2; 3]$.
4. Критическими (стационарными) точками функции $y = \sin x + x$ являются:
а) $\frac{\pi}{2}(4n+1)$; б) πn ; в) $\pi(2n+1)$; г) $\frac{\pi}{2}(4n-1)$, $n \in \mathbb{Z}$.

2 вариант

1. Областью определения функции $y = \frac{1}{\sqrt{x+6-x^2}}$ является:
а) $(-\infty; -2)$; б) $(3; +\infty)$; в) $[-2; 3]$; г) $(-2; 3)$.
2. Область значений функции $y = 4\sin x - 3\cos x$ является:
а) $[-7; 7]$; б) $[1; 4]$; в) $[-5; 5]$; г) $[-4; 4]$.
3. Функция $y = 3,5x^2 - 10x - \frac{1}{3}x^3$ возрастает на промежутке:
а) $[2; 5]$; б) $(-\infty; 2]$; в) $[2; +\infty)$; г) $[5; +\infty)$.
4. Критическими (стационарными) точками функции $y = x - \cos x$ являются:
а) πn ; б) $\frac{\pi}{2}n$; в) $\frac{\pi}{2}(4n+1)$; г) $\frac{\pi}{2}(4n-1)$, $n \in \mathbb{Z}$.

Практическое занятие №43

Тема: Применение производной к исследованию функции.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

1. На отрезке $[-1; 3]$ функция $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 5$ достигает наибольшего значения в точке с абсциссой:
а) -1 ; б) -2 ; в) 3 ; г) 0 .
2. Наименьшее значение функции $y = 2x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x$ на интервале $(0; 1)$ равно:
а) $-\frac{4}{27}$; б) 2 ; в) $-\frac{11}{54}$; г) 2 .
3. Положительное число, сумма которого со своей обратной величиной имеет наименьшее значение, равно:
а) 1 ; б) 2 ; в) $\frac{1}{3}$; г) $\frac{1}{2}$.
4. Стороны прямоугольника наибольшей площади при его периметре 12 м равны:
а) 2 и 4 м; б) 3 и 3 м; в) 1 и 5 м; г) $1,5$ и $4,5$ м.

2 вариант

1. На отрезке $[-1; 4]$ функция $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 6x$ достигает наименьшего значения в точке с абсциссой:
а) -1 ; б) 3 ; в) 4 ; г) 0 .
2. Наибольшее значение функции $y = 2x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x$ на интервале $(-1; 0)$ равно:
а) $\frac{5}{8}$; б) $\frac{1}{2}$; в) -2 ; г) $\frac{3}{8}$.
3. Число, куб которого превышает утроенный его квадрат на минимальное значение, равно:
а) 1 ; б) 2 ; в) $\frac{1}{3}$; г) -1 .
4. Стороны прямоугольника наименьшего периметра при его площади 114 м^2 равны:
а) 4 и 36 м; б) 8 и 18 м; в) 12 и 12 м; г) 9 и 16 м.

Зачетная работа №9

Тема: Контроль знаний.

Цель: Применение знаний при решении задач.

Вариант 1

1. Найти стационарные точки функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$
2. Найти экстремумы функции
 - а) $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$
 - б) $f(x) = e^x(2x - 3)$
3. Найти интервалы возрастания и убывания функции
$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$$
4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции
$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3 \text{ на } [0; \frac{3}{2}]$$
5. Построить график функции
$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3 \text{ на } [-1; 2]$$
6. Среди прямоугольников, сумма длин трёх сторон у которых равна 20, найти прямоугольник наибольшей площади.

Вариант 2

1. Найти стационарные точки функции $f(x) = x^3 - x^2 + x + 2$
2. Найти экстремумы функции
 - а) $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$
 - б) $f(x) = (5 - 4x) e^x$
3. Найти интервалы возрастания и убывания функции
$$f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$$
4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции
$$f(x) = x^3 - x^2 - x + 2 \text{ на } [-1; \frac{3}{2}]$$
5. Построить график функции
$$F(x) = x^3 - x^2 - x + 2 \text{ на } [-1; 2]$$
6. Найти ромб с наибольшей площадью, если известно, что сумма длин его диагоналей равна 10.

Практическое занятие №44

Тема: Нахождение неопределенного интеграла.

Цель: Применение знаний при решении задач.

Вариант 1

1. Является ли функция $F(x) = x^2 + 3x + 1$ первообразной для функции $f(x) = 2x + 3$ на $\mathbf{R}$?
2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = \frac{x^2}{3} - \frac{3}{x^2}$.
б) Для функции $f(x) = \sin 2x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{4}; -2\right)$.

Вариант 2

1. Является ли функция $F(x) = -\frac{x^4}{4} + 5x + 2$ первообразной для функции $f(x) = -x^3 + 5$ на $\mathbf{R}$?
2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = \frac{3}{x^4} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$.
б) Для функции $f(x) = (4 - 5x)^3$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(1; \frac{1}{20}\right)$.

Вариант 3

1. Является ли функция $F(x) = x^2 - x$ первообразной для функции $f(x) = 2x - 1$ на $\mathbf{R}$?
2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = \frac{7}{\cos^2 x} - 3x - x^3$.
б) Для функции $f(x) = \sin 3x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{12}; 0\right)$.

Практическое занятие №45

Тема: Нахождение неопределенного интеграла.

Цель: Применение знаний при решении задач.

Вариант 1

1. Является ли функция $F(x) = \frac{1}{x^2} - \sin x$ первообразной для функции $f(x) = -\frac{1}{x^3} - \cos x$ на $\mathbf{R}$?
2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = x(x+1)(x+2)$.
б) Для функции $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(0;3)$.

Вариант 2

1. Является ли функция $F(x) = x^3 + 1$ первообразной для функции $f(x) = \frac{x^4}{4} + x$ на $\mathbf{R}$?
2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = \left(x^{10} - \frac{1}{x^{10}}\right)^2$.
б) Для функции $f(x) = x - 10 \sin 2x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(0;-5)$.

Вариант 3

1. Является ли функция $F(x) = x + \cos x$ первообразной для функции $f(x) = 1 - \sin x$ на $\mathbf{R}$?
2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = 3e^x + 5 \cos x - 7x^4$.
б) Для функции $f(x) = \frac{1}{(2x-1)^3}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(1;2)$.

Вариант 4

1. Является ли функция $F(x) = 2x^3 + \frac{3}{4}x^4 + 5$ первообразной для функции $f(x) = 3(x+2)x^2$ на $\mathbf{R}$?
2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = \sqrt[7]{x} + 7^x + 2x^2$.
б) Для функции $f(x) = -6 \sin 2x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{4}; -3\right)$.

Практическое занятие №46

Тема: Применение интеграла в физике.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4 - x^2$, $y = 0$.
2. Тело движется с ускорением $a(t) = 4 \sin t$ (м/с²). Определите как изменится скорость за время от 0 до $\pi/3$ сек.
3. Определить массу стержня длины $L = 10$ м, если линейная плотность стержня меняется по закону $\rho(x) = 6 + 0,3x$ кг/м, где x — расстояние от одного из концов стержня.
4. Сечение тела плоскостью, перпендикулярной к оси OX и проходящей через точку с абсциссой X , является квадратом, сторона которого равна дроби $1/X$. Найдите объём этого тела.
5. Найти уравнение кривой, проходящей через точку $A(0;1)$, у которой касательная имеет угловой коэффициент, равный ординате точки касания.
6. По цепи идет переменный ток $I = 6t - t^2$ (А). Найдите величину заряда прошедшего по цепи за первые 6 сек.

Практическое занятие №47

Тема: Нахождение определенного интеграла.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

Вычислить определённый интеграл с помощью основных свойств и формулы Ньютона-Лейбница

$$1) \int_1^2 (2x + 3x^2) dx; \quad 2) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 4x \, dx; \quad 3) \int_1^2 \frac{1}{x^3} \, dx; \quad 4) \int_1^0 \frac{dx}{x}; \quad 5) \int_0^{\lg 2} e^x \, dx; \quad 6) \int_2^7 \frac{4}{\sqrt{x+2}} \, dx$$

2 вариант

Вычислить определённый интеграл с помощью основных свойств и формулы Ньютона-Лейбница

$$1) \int_{-1}^2 (1 - 3x^2) dx; \quad 2) \int_{-2\pi}^{\pi} \sin 2x \, dx; \quad 3) \int_0^4 (3\sqrt{x} - x) dx; \quad 4) \int_0^1 e^x \, dx; \quad 5) \int_1^0 \frac{dx}{x+1}; \quad 6) \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$$

3 вариант

Вычислить определённый интеграл с помощью основных свойств и формулы Ньютона-Лейбница

$$1) \int_{-2}^0 (3x^2 + 1) dx; \quad 2) \int_1^4 \sqrt{x} \, dx; \quad 3) \int_0^2 e^{3x} \, dx; \quad 4) \int_0^1 \frac{dx}{x+2}; \quad 5) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x \, dx; \quad 6) \int_2^3 (2x-1)^3 \, dx$$

Практическое занятие №48

Тема: Решение дифференциальных уравнений.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений.

1. $y = c_1 e^x + c_2 x e^x, \quad y'' - 2y' + y = 0$

2. $y = e^{4x} + 2, \quad y' = 4y$

2. Найти общее и частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $y = y_0$ при $x = x_0$

1) $xydx = (x+1) \cdot dy \quad y(0) = 1$

3. Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений

1. $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^x, \quad y'' - y' - 6y = 0$

2. $y = \frac{5}{x}, \quad y' = -y^2$

4. Найти общее и частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $y = y_0$ при $x = x_0$

1) $(x^2 + 1) \cdot dy = xydx \quad y(0) = 1$

Зачетная работа №10

Тема: Контроль знаний.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Найдите первообразные функций:

а) $f(x) = 5x^4 + 2x^3 - 6x + 7$

б) $f(x) = 3 \cos x - 4 \sin x + 8 e^x$

в) $f(x) = \cos(3x + 4) - e^{2x}$

2. Является ли функция $F(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ первообразной функции $f(x) = 3x(x^2 - 2)$?

3. Найдите первообразную функции $f(x) = 4 - x^2$, график которой проходит через точку $(-3; 10)$.

4. Найдите какую-нибудь первообразную функции $f(x) = 4x^3 - x^2 + 2$, значение которой при $x = 1$ отрицательно.

5. Вычислите интегралы:

а) $\int_{-1}^3 3x^2 dx$

б) $\int_{-3}^2 (2x - 3) dx$

в) $\int_{-\pi}^{2\pi} \cos x dx$

6) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $f(x) = x^2 - 6x + 10$, прямыми $x = -1$, $x = 3$ и осью абсцисс.

Практическое занятие №49

Тема: Решение задач на подсчет размещений, перестановок, сочетаний, перебора.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. В президиум избрали 3 человека. Каким числом способов они могут распределить обязанности председателя, секретаря и члена?
2. Сколько всех четырёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 5, 6, 7?
3. Сколько существует двузначных чисел, имеющих обе чётные цифры?
4. Сколько существует пятизначных чисел, которые одинаково читаются слева направо и справа налево?
5. Сколько существует шестизначных чисел, которые делятся на 5?
6. Сколько различных натуральных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии, что любая из цифр в написании числа встречается не более одного раза?
7. Любой телефонный номер состоит из пяти цифр. Сколько всего телефонных номеров, не содержащих других цифр, кроме 1, 2 и 3?
8. Сколькими способами можно расположить в ряд 2 зелёные и 4 красные лампочки?
9. Сколькими способами можно выбрать четыре монеты из 4-х пятикопеечных и 4-х десятикопеечных монет?
10. Сколькими способами можно разместить 8 пассажиров в 2 вагона?
11. В кондитерской имеется 5 сортов пирожных. Сколькими способами можно выбрать набор из 4-х пирожных?
12. Сколькими способами можно переставить буквы в слове **какао**, чтобы получились новые слова?

Практическое занятие №50

Тема: Закон распределения случайной величины.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1) Из одного и того же орудия при одном и том же прицеле производятся 4 выстрела. Что может быть случайной величиной ?

- Что может быть непрерывной СВ?

- Можно ли из данной непрерывной величины «сделать» дискретную?

2) Скорость молекулы газа не остается неизменной, а меняется от столкновений с другими молекулами. Ввиду того, что каждая молекула может либо столкнуться, либо не столкнуться с каждой другой молекулой газа, изменение ее скорости носит чисто случайный характер. Это ДСВ или непрерывная СВ?

3) Число метеоритов, падающих на Землю в течение года, достигающих ее поверхности, не постоянно, а подвержено значительным колебаниям в зависимости от целого ряда обстоятельств случайного характера.

4) Мишень разделена на 8 равных секторов и установлена так, что может вращаться вокруг оси, проходящей через точку О. При достаточно большой угловой скорости вращения стрелок не в состоянии различать цифры, выписанные по одной на секторах. Он вынужден стрелять наугад.

При попадании в сектор 1 стрелок выигрывает 10 р., в сектор 2 — 20 р., в сектор 3 — 30 р. и т. д., в сектор 8 — 80р. Стоит ли ему участвовать в такой игре, если за право стрелять один раз надо платить 50р.?

Практическое занятие №51

Тема: Решение задач на представление данных, нахождение генеральной совокупности, выборки, среднего арифметического, медианы.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Для административной контрольной работы был создан тест из 8 заданий. Количество верных ответов, полученных каждым из 50 учащихся, было предоставлено в виде таблицы частот. Найдите пропущенное значение частоты.

Число верных ответов	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Частота	1	2	4	5		12	8	6	3

- 1) 7 2) 9 3) 10 4) 11

2. Для определения оптимального варианта плана выпуска мужской обуви фиксировалась относительная частота (в процентах) размеров проданной в течение месяца обуви. Найдите пропущенное значение относительной частоты.

Размер обуви	38	39	40	41	42	43	44	45
Относительная частота %	3	5	12	19	20		13	7

- 1) 32 2) 22 3) 21 4) 11

3. Найдите моду числового ряда, представленного таблицей частот.

Варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Частота	1	2	3	6	12	11	8	5	4	2

- 1) 12 2) 11 3) 5 4) 4

4. Найдите среднее арифметическое числового ряда, представленного таблицей.

Варианта	1	2	3	4	5	6
Частота	2	5	10	15	15	3

- 1) 3,5 2) 3,9 3) 4,2 4) 4,9

5. Найдите медиану числового ряда, представленного таблицей частот.

Варианта	0	1	2	3	4	5	6
Частота	1	2	5	12	10	6	4

- 1) 3,5 2) 3 3) 2,5 4) 12

Практическое занятие № 52

Тема: Решение задач на основные понятия стереометрии.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

1. Даны четыре точки, из которых три лежат на одной прямой. Верно ли утверждение, что все четыре точки лежат в одной плоскости? Ответ обоснуйте.
2. а) Докажите, что все вершины четырёхугольника $ABCD$ лежат в одной плоскости, если его диагонали AC и BD пересекаются.
б) Вычислите площадь четырёхугольника, если его диагонали AC и BD взаимно перпендикулярны, $AC = 10$ см, $BD = 12$ см.
3. Из точки M проведён перпендикуляр MB , равный 4 см, к плоскости прямоугольника $ABCD$. Наклонные MA и MC образуют с плоскостью прямоугольника углы 45° и 30° соответственно.
 - а) Докажите, что треугольники MAD и MCD прямоугольные.
 - б) Найдите стороны прямоугольника.
 - в) Докажите, что треугольник BDC является проекцией треугольника MDC на плоскость прямоугольника, и найдите его площадь.

2 вариант

1. Даны две пересекающиеся прямые. Верно ли утверждение, что все прямые, пересекающие данные, лежат в одной плоскости? Ответ обоснуйте.
2. а) Дан прямоугольник $ABCD$, O – точка пересечения его диагоналей. Известно, что точки A , B и O лежат в плоскости α . Докажите, что точки C и D также лежат в плоскости α .
б) Вычислите площадь прямоугольника, если $AC = 8$ см, $\angle AOB = 60^\circ$.
3. Из точки M проведён перпендикуляр MD , равный 6 см, к плоскости квадрата $ABCD$. Наклонная MB образует с плоскостью квадрата угол 60° .
 - а) Докажите, что треугольники MAB и MCB прямоугольные.
 - б) Найдите сторону квадрата.
 - в) Докажите, что треугольник ABD является проекцией треугольника MAB на плоскость квадрата, и найдите его площадь.

Практическое занятие №53

Тема: Решение задач на расположение прямых и плоскостей в пространстве.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

1. Прямая AB перпендикулярна плоскости α , M и K – произвольные точки плоскости α . Докажите, что AB перпендикулярна прямой MK .
2. Треугольник ABC правильный, точка O – его центр. Прямая OM перпендикулярна к плоскости ABC .
 - а) Докажите, что $MA = MB = MC$.
 - б) Найдите MA , если $AB = 6$ см, $MO = 2$ см.

2 вариант

1. Прямая MA перпендикулярна к плоскости треугольника ABC . Докажите, что MA перпендикулярна прямой BC .
2. Четырёхугольник $ABCD$ – квадрат, точка O – его центр. Прямая OM перпендикулярна к плоскости квадрата.
 - а) Докажите, что $MA = MB = MC = MD$.
 - б) Найдите MA , если $AB = 4$ см, $OM = 1$ см.

Зачетная работа №11

Тема: Контроль знаний.

Цель: Применение знаний при решении задач.

Вариант 1

- 1 Прямые a , b и c имеют общую точку. Верно ли, что данные прямые лежат в одной плоскости? Ответ обоснуйте.
- 2 Прямая a параллельна плоскости α , а прямая b лежит в этой плоскости. Определите, могут ли прямые a и b : а) быть параллельными; б) пересекаться; в) быть скрещивающимися. Сделайте соответствующие чертежи.
- 3 Конец A отрезка AB принадлежит плоскости α . Через точку B и точку C , принадлежащую отрезку AB , проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках B_1 и C_1 соответственно. Найдите CC_1 , если $AC:BC = 3:4$ и $BB_1 = 28$ см.
- 4 Точки A , B , C и D не лежат в одной плоскости. Точки E , F , M и K – середины отрезков AB , BC , CD и AD соответственно. Докажите, что $EFMK$ – параллелограмм. Найдите периметр $EFMK$, если $AC = 6$ см, $BD = 8$ см.
- 5 Плоскость α пересекает стороны AB и BC треугольника ABC в точках M и K соответственно и параллельна стороне AC . $MK = 4$ см, $MB:MA = 2:3$. Найдите AC .

Вариант 2

- 1 Прямые a , b и c попарно пересекаются. Верно ли, что данные прямые лежат в одной плоскости? Ответ обоснуйте.
- 2 Прямая a параллельна плоскости α , а прямая пересекает эту плоскость. Определите, могут ли прямые a и b : а) быть параллельными; б) пересекаться; в) быть скрещивающимися. Сделайте соответствующие чертежи.
- 3 Конец C отрезка CD принадлежит плоскости α . На отрезке CD отметили точку E так, что $CE = 6$ см, $DE = 9$ см. Через точки D и E провели параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках D_1 и E_1 соответственно. Найдите DD_1 , если $EE_1 = 12$ см.
- 4 Точка A не лежит в плоскости треугольника BCD . Точки P , R , S и T – середины отрезков AB , AD , CD и BC соответственно. Докажите, что $PRST$ – параллелограмм. Найдите AC , если $BD = 6$ см, а периметр $PRST$ равен 14 см.
- 5 Плоскость α пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках N и D соответственно и параллельна стороне BC . $AD = 6$ см, $DN:CB = 3:4$. Найдите AC .

Практическое занятие №54

Тема: Решение задач с параллелепипедом, призмой, кубом.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда с диагональю $\sqrt{43}$ см и сторонами основания 5 см и 3 см.
2. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда с диагональю $4\sqrt{3}$ см и стороной основания 4 см
3. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда с диагональю $5\sqrt{5}$ см и сторонами основания 6 см и 8 см.
4. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда с диагональю $3\sqrt{3}$ см и стороной основания 3 см.
5. Площадь поверхности куба равна 54. Найти объем куба.
6. Площадь поверхности куба равна 6. Найти объем куба.
7. Площадь поверхности куба равна 726. Найти объем куба.
8. Площадь поверхности куба равна 150. Найти объем куба.
9. В основании призмы прямоугольный треугольник с катетом 6 и гипотенузой 10. Высота призмы составляет 25% от площади основания. Найти объем призмы.
10. В основании призмы прямоугольный треугольник с катетом 12 и гипотенузой 13. Высота призмы составляет 30% от площади основания. Найти объем призмы.
11. В основании призмы прямоугольный треугольник с катетом 1 и гипотенузой 26. Высота призмы составляет 1 % от площади основания. Найти объем призмы.

Практическое занятие №55

Тема: Решение задач с пирамидой.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Боковое ребро правильной четырёхугольной усечённой пирамиды равно 4, а угол при основании боковой грани 60° . Найти площадь полной поверхности пирамиды.
2. Площадь основания правильной треугольной пирамиды $\sqrt{3}$. Угол наклона боковой грани к плоскости основания 45° . Найдите апофему пирамиды.
3. В основании пирамиды DABC лежит прямоугольный треугольник ABC, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, BC=10. Боковые рёбра пирамиды равнонаклонены к плоскости основания. Высота пирамиды равна 5. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
4. Боковое ребро правильной треугольной усечённой пирамиды равно 5, а апофема равна 4. Найти площадь полной поверхности пирамиды.
5. Диагональ основания правильной четырёхугольной пирамиды $\sqrt{2}$. Угол наклона бокового ребра к плоскости основания 45° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
6. В основании пирамиды DABC лежит прямоугольный треугольник ABC, катеты которого равны 8см и 6см. Боковые грани пирамиды равнонаклонены к плоскости основания. Высота пирамиды равна $3\sqrt{5}$. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

Зачетная работа №12

Тема: Контроль знаний.

Цель: Применение знаний при решении задач.

Вариант 1

- 1) Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если ее наибольшая боковая грань - квадрат.
- 2) Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 4 см и образует с плоскостью основания пирамиды угол 45° .
 - а) Найдите высоту пирамиды.
 - б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
- 3) Ребро правильного тетраэдра $DABC$ равно a . Постройте сечение тетраэдра, проходящее через середину ребра DA параллельно плоскости DBC , и найдите площадь этого сечения.

Вариант 2

- 1) Основание прямого параллелепипеда - ромб с диагоналями 10 и 24 см. Меньшая диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол 45° . Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.
- 2) Основание пирамиды - правильный треугольник с площадью $9\sqrt{3}$ см². Две боковые грани пирамиды перпендикулярны к плоскости основания, а третья - наклонена к ней под углом 30° .
 - а) Найдите длины боковых ребер пирамиды.
 - б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
- 3) Ребро куба $ABCA_1B_1C_1$ равно a . Постройте сечение куба, проходящее через прямую B_1C и середину ребра AD и найдите площадь этого сечения.

Вариант 3

- 1) Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник с катетами 15 и 20 см. Найдите площадь полной поверхности призмы, если ее наименьшее сечение, проходящее через боковое ребро, - квадрат.
- 2) Основание пирамиды - ромб с большей диагональю d и острым углом α . Все двугранные углы при основании пирамиды равны ρ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
- 3) Ребро куба $ABCA_1B_1C_1D_1$ равно a . Постройте сечение куба, проходящее через середины ребер AA_1 , B_1C_1 и CD , и найдите площадь этого сечения.

Практическое занятие №56

Тема: Решение задач на нахождение площади цилиндра.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Радиус основания цилиндра равен 5, высота равна 8. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на π .
2. Длина окружности основания цилиндра равна 16. Площадь боковой поверхности равна 8. Найдите высоту цилиндра.
3. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 80π , а диаметр основания — 5. Найдите высоту цилиндра.
4. Длина окружности основания цилиндра равна 9, высота равна 7. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
5. Площадь осевого сечения цилиндра равна 36. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на π .
6. Радиус основания цилиндра равен 9, высота равна 10. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на π .
7. Длина окружности основания цилиндра равна 15. Площадь боковой поверхности равна 45. Найдите высоту цилиндра.
8. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 70π , а диаметр основания — 7. Найдите высоту цилиндра.
9. Длина окружности основания цилиндра равна 11, высота равна 5. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
10. Площадь осевого сечения цилиндра равна 72. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на π .

Практическое занятие №57

Тема: Решение задач с конусом.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. В конусе через его вершину проведена плоскость пересекающая основание по хорде, длина которой равна 8 см и стягивающей дугу 90° , а наибольший угол между образующими конуса равен 120° . Найдите площадь полной поверхности конуса.
2. Образующая конуса равна $4\sqrt{2}$ см и наклонена к плоскости основания под углом 45° . Найдите площадь полной поверхности конуса.
3. Осевое сечение конуса – равнобедренный прямоугольный треугольник с гипотенузой 12 см. Найдите площадь полной поверхности конуса.
4. Длины окружностей оснований усеченного конуса равны 4π и 10π . Высота конуса равна 4. Найдите площадь поверхности усеченного конуса
5. Образующая усеченного конуса равна 6 см и наклонена к плоскости основания под углом 60° . Диагональ осевого сечения делит этот угол пополам. Найдите площадь осевого сечения конуса.
6. Высота усеченного конуса равна 5, а диагональ осевого сечения -13. Радиусы оснований относятся как 1:2. Найдите площадь боковой поверхности усеченного конуса.
7. Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующую увеличить в 20 раз?
8. Во сколько раз уменьшится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания уменьшится в 4,5 раза, а образующая останется прежней?
9. Площадь полной поверхности конуса равна 400. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту пополам. Найдите площадь полной поверхности отсеченного конуса.
10. Высота конуса равна 21, а диаметр основания – 40. Найдите образующую конуса.

Практическое занятие №58

Тема: Решение задач на нахождение площади сферы, ее сегментов.

Цель: Применение знаний при решении задач.

Вариант 1

1. Объем шара равен $24\pi \text{ см}^3$. Найдите площадь сферы, ограничивающей этот шар.
2. В шаре радиуса 20 см проведено сечение, площадь которого равна $100\pi \text{ см}^2$. Найдите объем меньшего шарового сегмента, отсекаемого плоскостью сечения.
3. Найдите объем шарового сектора, если радиус шара равен 5 см, а высота соответствующего сегмента составляет пятую часть диаметра шара.

Вариант 2

1. Площадь поверхности шара равна $121\pi \text{ см}^2$. Найдите объем шара.
2. На расстоянии 7 см от центра шара проведено сечение, длина окружности которого равна $22\pi \text{ см}$. Найдите объем меньшего шарового сегмента, отсекаемого плоскостью сечения.
3. Найдите объем шарового сектора, если радиус шара равен 6 см, а высота конуса, образующего сектор, составляет треть диаметра шара.

Зачетная работа №13

Тема: Контроль знаний.

Цель: Применение знаний при решении задач.

Вариант 1

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого 4 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
2. Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 60° . Найдите площадь сечения, проходящего через две образующие, угол между которыми равен 45° и площадь боковой поверхности конуса.
3. Диаметр шара равен d . Через конец диаметра проведена плоскость под углом 45° к нему. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.
4. В цилиндре проведена плоскость, параллельная оси и отсекающая от окружности основания дугу в 90° . Диагональ сечения равна 10 см и удалена от оси на 4 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Вариант 2

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь основания цилиндра равна $16\pi \text{ см}^2$. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
2. Высота конуса равна 6 см, угол при вершине осевого сечения равен 90° . Найдите площадь сечения, проходящего через две образующие, угол между которыми равен 30° и площадь боковой поверхности конуса.
3. Площадь сечения шара плоскостью, проведенной через конец диаметра под углом 30° к нему, равна $75\pi \text{ см}^2$. Найдите диаметр шара.
4. Через вершину конуса проведена плоскость, пересекающая основание по хорде, длина которой равна 3 см, и стягивающей дугу 120° . Плоскость сечения составляет с плоскостью основания угол 45° . Найдите площадь боковой поверхности конуса.

Вариант 3

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь основания цилиндра равна $25\pi \text{ см}^2$. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
2. Высота конуса равна 9 см, угол при вершине осевого сечения равен 120° . Найдите площадь сечения, проходящего через две образующие, угол между которыми равен 90° и площадь боковой поверхности конуса.
3. Длина линии пересечения сферы и плоскости, проходящей через конец диаметра под углом 60° к нему, равна $5\pi \text{ см}$. Найдите диаметр сферы.
4. Через вершину конуса проведена плоскость, пересекающая основание по хорде, длина которой равна 5 см, и стягивающей дугу 90° . Плоскость сечения составляет с плоскостью основания угол 60° . Найдите площадь боковой поверхности конуса.

Практическое занятие №59

Тема: Решение задач с призмой, пирамидой, кубом.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Сторона основания правильной четырёхугольной призмы равна a , диагональ призмы образует с плоскостью основания угол 45° . Найдите:

- а) диагональ призмы;
- б) угол между диагональю призмы и плоскостью боковой грани;
- в) площадь боковой поверхности призмы;
- г) площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и противоположную сторону верхнего основания.

2. Высота правильной треугольной пирамиды равна $a\sqrt{3}$, радиус окружности, описанной около её основания, $2a$. Найдите:

- а) апофему пирамиды;
- б) угол между боковой гранью и основанием;
- в) площадь боковой поверхности;
- г) плоский угол при вершине пирамиды.

3. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 2,5 см, 5 см и 5 см. Найдите ребро куба, объём которого в два раза больше объёма данного параллелепипеда.

4. Найдите объём правильной треугольной пирамиды с боковым ребром $l = 10$ см, если боковое ребро составляет с плоскостью основания угол, равный 30° .

Практическое занятие №60

Тема: Решение задач с цилиндром, конусом и шаром.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

1. Радиус основания цилиндра равен 5 см, а высота цилиндра равна 6 см. Найдите площадь сечения, проведенного параллельно оси цилиндра на расстоянии 4 см от нее.
2. Радиус основания конуса равен 3 м, а высота 4 м. Найдите образующую и площадь осевого сечения.
3. Радиус шара равен 17 см. Найдите площадь сечения шара, удаленного от его центра на 15 см.
4. Образующая конуса равна 60 см, высота 30 см. Найдите объём конуса.
5. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $6\sqrt{2}$ см. Найдите объём цилиндра.

2 вариант

1. Высота цилиндра 8 дм, радиус основания 5 дм. Цилиндр пересечен плоскостью параллельно оси так, что в сечении получился квадрат. Найдите расстояние от этого сечения до оси цилиндра.
2. Образующая конуса l наклонена к плоскости основания под углом в 30° . Найдите высоту конуса и площадь осевого сечения.
3. Радиус сферы равен 15 см. Найдите длину окружности сечения, удаленного от центра сферы на 12 см.
4. Образующая конуса, равная 12 см, наклонена к плоскости основания под углом 30° . Найдите объём конуса.
5. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $8\sqrt{2}$ см. Найдите объём цилиндра.

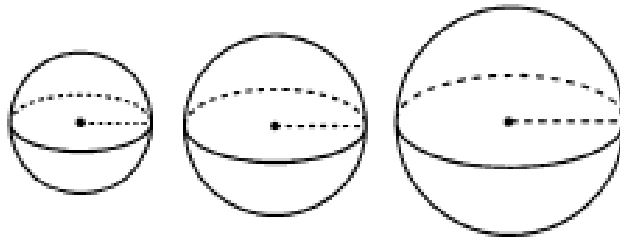
Зачетная работа №14

Тема: Контроль знаний.

Цель: Применение знаний при решении задач.

Вариант 1

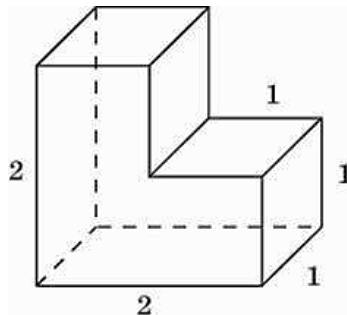
- 1) Диагональ куба равна $\sqrt{12}$ см. Найдите его объем.
- 2) Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2, 4. Диагональ параллелепипеда равна 6. Найдите объем параллелепипеда.
- 3) Радиусы трех шаров равны 3 см, 4 см и 5 см. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов.



- 4) Какое количество нефти (в тоннах) вмещает цилиндрическая цистерна диаметром 18 м и высотой 7 м, если плотность нефти равна $0,85 \text{ г/см}^3$.
- 5) Найдите высоту конуса, если его объем 48 см^3 , а радиус основания 4 см.

Вариант 2

- 1) Объем куба равен 64 см^3 . Найдите его диагональ.
- 2) Найдите радиус основания конуса, если его высота 3 см, а объем $2,25\pi \text{ см}^3$.
- 3) Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые. Размеры на рис. даны в см.



- 4) Найдите объем пирамиды, высота которой равна 6 см, а основание – прямоугольник со сторонами 3 см и 4 см.
- 5) Объем шара равен 288π . Найдите площадь его поверхности.

Практическое занятие №61

Тема: Решение задач с векторами.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1 вариант

- 1) Даны векторы $\vec{a} \{-1; 2; 0\}$, $\vec{b} \{0; -5; -2\}$, $\vec{c} \{2; 1; -3\}$. Найдите координаты вектора $\vec{p} = 3\vec{b} - 2\vec{a} + \vec{c}$
- 2) Даны точки A(4; -3; 5), B(6; -7; 5), C(5; 2; 1) и D(3; 6; 1). Докажите, что ABCD – параллелограмм.
- 3) Вычислите угол между векторами AB и CD, если A(3; -2; 4), B(4; -1; 2), C(6; -3; 2), D(7; -3; 1)
- 4) Даны векторы $\vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ и $\vec{v} = 3\vec{j} + 2\vec{k}$. Вычислите $\vec{a} \cdot \vec{v}$.
- 5) Найти координаты центра и радиус сферы, заданной уравнением $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$.

2 вариант

- 1) Даны векторы $\vec{a} \{-1; 2; 0\}$, $\vec{b} \{0; -5; -2\}$, $\vec{c} \{2; 1; -3\}$. Найдите координаты вектора $\vec{n} = 3\vec{c} - 2\vec{b} + \vec{a}$
- 2) Даны точки A(3; 5; 4), B(4; 6; 5), C(6; -2; 1) и D(5; -3; 0). Докажите, что ABCD – параллелограмм.
- 3) Определите угол A треугольника, вершинами которого являются точки A(1; -1; 3), B(3; -1; 1), C(-1; 1; 3)
- 4) Даны векторы $\vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ и $\vec{v} = 3\vec{j} + 2\vec{k}$. Вычислите $\vec{a} \cdot \vec{v}$.
- 5) Написать уравнение сферы радиуса R с центром в точке A, если A(2; 0; -1), R = 7.

Практическое занятие №62

Тема: Решение задач с векторами, парабола, гипербола.

Цель: Применение знаний при решении задач.

Задача №1.

Составить уравнение параболы, если даны её фокус $F(7; 2)$ и директриса $x - 5 = 0$.

Задача №2.

Найти фокус и директрису параболы $3y^2 + 16x - 2 = 0$.

Задача №3.

Точка $A(-3; -5)$ лежит на гиперболе, фокус которой $F(-2; -3)$, а соответствующая директриса задана уравнением $x + 1 = 0$. Составить уравнение этой гиперболы.

Задача №4.

Точка $M_1(2; -1)$ лежит на эллипсе, фокус которого $F(1; 0)$, а соответствующая директриса задана уравнением $2x - y - 10 = 0$. Составить уравнение этого эллипса.

Задача №5.

Из фокуса параболы $y = \frac{x^2}{16}$ опущен перпендикуляр на прямую, проходящую через центр эллипса $x^2 + 2y^2 + 6x - 7 = 0$ и составляющую с осью OX угол 135° . Составить уравнение этой прямой и найти длину перпендикуляра.

Задача №6.

Даны вершина параболы $A(-2; -1)$ и уравнение её директрисы $x + 2y - 1 = 0$. Составить уравнение этой параболы.

Задача №7.

Определить, при каких значениях m прямая $y = -x + m$:

- 1) пересекает эллипс $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$;
- 2) касается его;
- 3) проходит вне этого эллипса.

Зачетная работа №15

Тема: Контроль знаний.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Если $\vec{a} = -\vec{b}$, то векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$:
 - а) равны
 - б) противоположны
 - в) противоположно направлены
 - г) равны по модулю
2. Сумма векторов $\overrightarrow{KB}$ и $\overrightarrow{KC}$ есть вектор:
 - а) $\overrightarrow{BC}$
 - б) $\overrightarrow{CB}$
 - в) $\overrightarrow{KD}$, если KBDC - параллелограмм
 - г) нет правильного ответа
3. Если $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$ и $\vec{c} \downarrow \downarrow \vec{b}$, то:
 - а) $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{c}$
 - б) $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{c}$
 - в) $\vec{a} = -\vec{b}$,
 - г) нет правильного ответа
4. Если $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$, то:
 - а) $\overrightarrow{AB} \uparrow \uparrow \overrightarrow{AB}$
 - б) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$
 - в) $|\overrightarrow{AB}| = 1$
 - г) $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$
5. В трапеции ABCD BC и AD – основания, EF – средняя линия. Выразить $\overrightarrow{EF}$ через $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{DA}$:
 - а) $(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}) : 2$
 - б) $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DA} : 2$
 - в) $(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DA}) : 2$
 - г) $(\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{BC}) : 2$
6. Если M (- 2; - 4), N (- 3; - 5), то $\overrightarrow{MN}$ имеет координаты:
 - а) { 1; 1 }
 - б) {-5; -9}
 - в) {-1; -1}
 - г) нет правильного ответа
7. Если M (- 2; - 4), N (- 3; - 5), то длина вектора $\overrightarrow{MN}$ равна:
 - а) $\sqrt{106}$
 - б) $\sqrt{2}$
 - в) 2
 - г) нет правильного ответа
8. Если скалярное произведение двух ненулевых векторов отрицательное, то угол между векторами:
 - а) острый
 - б) прямой
 - в) тупой
 - г) нет правильного ответа
9. Если $\vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{1}{2} \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$, то угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$:
 - а) тупой
 - б) 60°
 - в) 120°
 - г) 150°
10. Сторона ромба ABCD с тупым углом 120° равна 1. Найти: 1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$, 2) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$, 3) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC}$
 - а) $\frac{1}{2}$
 - б) $-\frac{1}{2}$
 - в) 1
 - г) 0
11. Расстояние от точки A (a;0) до начала координат равно:
 - а) a^2
 - б) a
 - в) |a|
 - г) нет правильного ответа
12. Абсцисса середины отрезка AB, где A (- 3; - 3), B (-3; 3) равна числу:
 - а) 3
 - б) -3
 - в) 0
 - г) нет правильного ответа
13. Прямая, параллельная оси OY, задается уравнением:
 - а) $by + c = 0, b \neq 0$
 - б) $ax + c = 0, a \neq 0$
 - в) $ax + by = 0, a \neq 0 \text{ и } b \neq 0$
 - г) нет правильного ответа
14. Радиус окружности $x^2 + y^2 + I = 5$ равен:
 - а) 5
 - б) 2
 - в) $\sqrt{5}$
 - г) нет правильного ответа